



# Modélisation du comportement dynamique des électrobroches UGV

Vincent Gagnol

## ► To cite this version:

Vincent Gagnol. Modélisation du comportement dynamique des électrobroches UGV. Electronique. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006. Français. NNT : 2006CLF21670 . tel-00695243

**HAL Id: tel-00695243**

**<https://theses.hal.science/tel-00695243>**

Submitted on 7 May 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° ordre :

EDSPIC :

Université BLAISE PASCAL – Clermont II  
Ecole Doctorale  
Sciences pour l'Ingénieur de Clermont Ferrand

## Projet de Thèse

Présentée  
pour obtenir le grade de:

Docteur d'université

Spécialité : Génie Mécanique

par

Vincent GAGNOL

Modélisation du comportement dynamique des  
électrobroches UGV

***Document provisoire***  
***envoyé aux rapporteurs***

Laboratoire de Mécanique et Ingénieries  
Institut Français de Mécanique Avancée et Université Blaise Pascal



# Table des matières

---

<b>TABLE DES MATIERES .....</b>	<b>3</b>
<b>TABLE DES ILLUSTRATIONS .....</b>	<b>7</b>
<b>INDEX DES TABLEAUX .....</b>	<b>11</b>
<b>NOTATIONS .....</b>	<b>13</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>15</b>
<b>CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART .....</b>	<b>19</b>
1 INTRODUCTION .....	19
2 L'USINAGE GRANDE VITESSE .....	20
2.1 Domaines d'applications.....	20
2.2 La problématique industrielle.....	23
3 ELECTROBROCHES UGV .....	24
3.1 Principes.....	24
3.2 Fonctions et composants associés.....	26
4 PROBLEMATIQUE DE LA MODELISATION DYNAMIQUE DES BROCHES .....	33
4.1 Introduction.....	33
4.2 Approches de modélisation existantes .....	34
4.2.1 Modélisation dynamique des broches par éléments finis.....	36
4.2.2 Modélisation par identification expérimentale .....	40
4.3 Synthèse .....	45
5 CONCLUSION ET OBJECTIFS DES TRAVAUX DE THESE .....	45
<b>CHAPITRE 2 : DEMARCHE D'ELABORATION D'UN MODELE GLOBAL</b>	
<b>D'ELECTROBROCHE UGV .....</b>	<b>49</b>
1 INTRODUCTION .....	49
2 DEMARCHE PROPOSEE D'ELABORATION DU MODELE DYNAMIQUE .....	51
2.1 Entités structurales d'une broche .....	51
2.2 Démarche de modélisation .....	52
2.2.1 Modélisation par éléments finis .....	53

2.2.2	Identification du comportement dynamique .....	55
2.2.3	Recalage de modèle .....	58
3	APPLICATION A L'ENTITE ROTOR.....	59
3.1	<i>Modèle éléments finis de l'entité rotor</i> .....	59
3.2	<i>Identification modale de l'entité rotor</i> .....	60
3.3	<i>Intégration essais / éléments finis et recalage du modèle</i> .....	62
3.4	<i>Synthèse</i> .....	66
4	APPLICATION AU MODELE GLOBAL DE L'ELECTROBROCHE UGV .....	67
4.1	<i>Modèle éléments finis de la broche</i> .....	67
4.2	<i>Caractérisation expérimentale de la broche à l'arrêt</i> .....	68
4.3	<i>Recalage du modèle éléments finis</i> .....	69
4.3.1	Propriétés dynamiques d'une broche non tournante .....	69
4.3.2	Procédure de recalage.....	71
4.4	<i>Synthèse</i> .....	75
5	CONCLUSION .....	76
<b>CHAPITRE 3 : MODELISATION DYNAMIQUE D'UNE ELECTROBROCHE UGV .....</b>		<b>77</b>
1	INTRODUCTION.....	77
2	MODELISATION DE LA BROCHE EN ROTATION .....	78
2.1	<i>Approche retenue</i> .....	79
2.2	<i>Formulation cinématique d'une section</i> .....	79
2.3	<i>Définition d'un élément fini « poutre-rotor »</i> .....	82
2.3.1	Energie cinétique .....	82
2.3.2	Energie élastique .....	83
2.3.3	Application à l'entité tournante de la broche .....	83
2.4	<i>Modélisation des paliers à roulement</i> .....	85
2.4.1	Etude bibliographique .....	85
2.4.2	Définition d'un élément « roulement » .....	87
2.5	<i>Modélisation de l'amortissement</i> .....	90
2.5.1	Généralités.....	90
2.5.2	Techniques de modélisation .....	91
2.6	<i>Equation différentielle du mouvement</i> .....	93
3	ANALYSE DES PROPRIETES DYNAMIQUES D'UNE BROCHE EN ROTATION .....	94
3.1	<i>Analyse harmonique du modèle</i> .....	94
3.2	<i>Diagramme de Campbell</i> .....	96
3.3	<i>Réponse à une excitation synchrone</i> .....	100
3.4	<i>Réponse au balourd</i> .....	101
4	VALIDATION DES PROPRIETES DYNAMIQUES D'UNE BROCHE EN ROTATION.....	103
5	CONCLUSION .....	108
<b>CHAPITRE 4 : STABILITE DE LA COUPE EN USINAGE .....</b>		<b>109</b>
1	INTRODUCTION.....	109

2	PHENOMENES D'INSTABILITE DE LA COUPE .....	111
2.1	<i>Régénération de la surface</i> .....	111
2.2	<i>Phénomène de couplage des modes</i> .....	112
2.3	<i>Talonnage</i> .....	113
3	PREDICTION DES VIBRATIONS EN USINAGE .....	113
3.1	<i>Problématique de la modélisation du système broche – outil – pièce pour la stabilité</i> .....	113
3.1.1	Approche par identification du comportement.....	114
3.1.2	Approche par modélisation du comportement .....	118
3.1.3	Synthèse .....	119
3.2	<i>Modèles d'efforts de coupe en fraisage</i> .....	120
3.3	<i>Etude du broutement en fraisage par les approches analytiques et semi-analytiques.</i> .....	121
4	APPROCHE PROPOSEE .....	126
4.1	<i>Intégration du comportement dynamique de broche</i> .....	126
4.2	<i>Lobes de stabilité dynamiques</i> .....	128
4.3	<i>Validation expérimentale</i> .....	131
5	CONCLUSION.....	135
<b>CHAPITRE 5 : APPLICATIONS INDUSTRIELLES .....</b>		<b>137</b>
1	INTRODUCTION .....	137
2	PRESENTATION DU LOGICIEL D'ANALYSE DE BROCHE.....	138
2.1	<i>Module de conception de broche</i> .....	140
2.2	<i>Module de recalage du modèle</i> .....	143
2.3	<i>Processeur du logiciel</i> .....	146
3	CONCEPTION DE BROCHE .....	147
3.1	<i>Etude comparative de broche</i> .....	148
3.2	<i>Etude d'optimisation</i> .....	150
4	PRECONISATIONS D'UTILISATION D'UNE ELECTROBROCHE.....	153
4.1	<i>Conditions d'utilisation pour la tenue en service du couple broche-outil</i> .....	154
4.2	<i>Conditions d'utilisation pour l'optimisation de la coupe</i> .....	155
4.3	<i>Zone d'intérêt</i> .....	156
5	CONCLUSION.....	156
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>		<b>157</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>		<b>157</b>
<b>ANNEXE 1 .....</b>		<b>169</b>
<b>ANNEXE 2 .....</b>		<b>175</b>
<b>ANNEXE 3 .....</b>		<b>181</b>
<b>ANNEXE 4 .....</b>		<b>191</b>



# Table des illustrations

---

Figure 1-1 : Domaine d'application de l'UGV (source CETIM) .....	21
Figure 1-2 : Centre d'usinage Tripteur 8 (doc PCI-SCEMM) .....	22
Figure 1-3 : Vue en coupe d'une électrobroche à roulement.....	24
Figure 1-4 : Vue en coupe d'une électrobroche à paliers magnétique (source S2M) .....	25
Figure 1-5 : Vue en coupe d'une électrobroche à paliers hydrostatiques et hydrodynamiques.....	26
Figure 1-6 : Roulements hybrides (source SNFA).....	27
Figure 1-7 : Système de lubrification OTT .....	28
Figure 1-8 : Norme HSK. Définition .....	30
Figure 1-9 : Attachement HSK .....	30
Figure 1-10 : Système de serrage (source OTT).....	31
Figure 1-11 : Niveau de qualité de l'équilibrage (ISO 1940).....	32
Figure 1-12 : Résultats numériques d'évolution des modes dûs aux effets gyroscopiques et centrifuges. Source [Lin et al 03]. .....	37
Figure 1-13 : Bloc-diagramme du modèle de précharge. Source [Spiewak & Nickel 00]. .....	39
Figure 1-14 : Configuration d'essai.....	41
Figure 1-15 : Configuration d'essai de FRF sur broche tournante et comparaison de FRF mesurée à 0, 11000 et 23000 tr/mn. [T.L. Schmitz].....	42
Figure 1-16 : Configuration d'essai de mesure de FRF, broche tournante à 0, 10000 et 20000 tr/mn. [Faassen & al 03].....	43
Figure 1-17 : FRF mesurées à 0, 10000 et 20000 tr/mn. [Faassen & al 03].....	44
Figure 2-1 : Schéma technologique d'une broche UGV .....	51
Figure 2-2 : Démarche de modélisation des entités structurales de la broche .....	53
Figure 2-3 : Description de l'élément PIPE 16.....	54
Figure 2-4 : Description de l'élément SOLID 45 .....	55



Figure 2-5 : Algorithme d'identification et d'optimisation des paramètres modaux .....	57
Figure 2-6 : Recalage du modèle numérique .....	58
Figure 2-7 : Constitution et représentation géométrique de l'entité rotor .....	59
Figure 2-8 : Modèle TUBE et SOLIDE de l'entité rotor sous Ansys®. ....	60
Figure 2-9 : Configuration d'essais et courbes des fonctions de réponses en fréquence .....	61
Figure 2-10 : FRF expérimentale et lissée par le modèle identifié.....	61
Figure 2-11 : Critères d'erreur et résultats modaux identifiés. ....	62
Figure 2-12 : Comparaison des déformées modales normalisées du modèle PIPE 16 d'Ansys® et du modèle identifié pour l'entité rotor. ....	65
Figure 2-13 : Critère de MAC appliqué aux bases modales des modèles numériques et expérimentaux ..	66
Figure 2-14 : Modèle éléments finis de la broche .....	68
Figure 2-15 : Configuration d'essai sur machine .....	69
Figure 2-16 : Analyse modale du modèle global de broche.....	70
Figure 2-17 : Analyse harmonique du modèle global de broche au nœud en bout d'outil .....	71
Figure 2-18 : Procédure de recalage du modèle numérique .....	72
Figure 2-19 : FRF avant et après le recalage fréquentiel. ....	73
Figure 2-20 : FRF avant et après le recalage de l'amortissement. ....	74
Figure 2-21 : Comparaison des FRF expérimentale, numérique avant et après recalage.....	75
Figure 3-1 : Mouvement d'une section élémentaire du rotor. ....	80
Figure 3-2 : Système de repères adopté. ....	80
Figure 3-3: élément poutre et ddl associés.....	83
Figure 3-4 : Distance entre les centres de courbure des bagues intérieure et extérieure.....	88
Figure 3-5 : Flux d'effort relatifs aux précharges initiales des roulements .....	89
Figure 3-6 : Linéarisation du comportement des roulements autour d'un point de fonctionnement.....	90
Figure 3-7 : FRF du nœud en bout d'outil pour des rotations de broche de 0, 10000 et 20000 tr/mn. ....	95
Figure 3-8 : Diagramme de Campbell.....	98
Figure 3-9 : Diagramme 3D de la fonction de réponse en fréquence. ....	99
Figure 3-10 : Amplification vibratoire au palier arrière et avant consécutive à une excitation d'usinage d'une fraise 5 dents.....	100
Figure 3-11 : Réponse au balourd en bout d'outil.....	102
Figure 3-12 : Banc d'essai pour la mesure des vibrations radiales d'une broche. ....	104
Figure 3-13 : Capteur laser Keyence.....	104
Figure 3-14 : Essais sur centre de fraisage PCI-SCEMM.....	105

Figure 3-15 : Vibrations radiales de l'arbre de broche en fonction de la vitesse de rotation.....	105
Figure 3-16 : Vibrations radiales de l'arbre de broche en fonction de la vitesse de rotation.....	106
Figure 3-17 : Analyse modale du support capteur.....	107
Figure 4-1 : Variation de l'épaisseur du copeau due aux vibrations relatives outil/pièce.....	112
Figure 4-2 : Méthode d'élaboration du diagramme des lobes de stabilité .....	115
Figure 4-3 : Comparaison des lobes de stabilité entre les deux approches .....	116
Figure 4-4 : Lobes de stabilité et validation par essais de coupe. Source <i>R.P. Faassen</i> . ....	117
Figure 4-5 : a) Comparaison des lobes de stabilité établis à une vitesse donnée avec et sans effets gyroscopiques. [Movahhedy & Mosaddegh 05]. ....	119
Figure 4-6 : Simulation numérique de la coupe (source : Techniques de l'ingénieur) .....	121
Figure 4-7 : Configuration d'usinage en fraisage.....	122
Figure 4-8 : Diagramme des lobes de stabilité pour un système à plusieurs modes.....	125
Figure 4-9 : Zone fréquentielle d'intérêt pour la construction des lobes de stabilité .....	127
Figure 4-10 : Comparaison des lobes de stabilité établis sur les propriétés de la broche à N=0 et N= 10000 tr/mn. ....	128
Figure 4-11 : Algorithme de tracé des lobes de stabilité dynamiques. ....	129
Figure 4-12 : Modèle de broche et diagramme des lobes de stabilité basé sur les propriétés statiques et dynamiques de la broche.....	130
Figure 4-13 : Configuration d'usinage. ....	131
Figure 4-14 : Modèle de broche et diagramme des lobes de stabilité basé sur les propriétés statiques et dynamiques de la broche.....	132
Figure 4-15 : Analyse sonore par Accord-mill®.....	133
Figure 4-16 : Résultats expérimentaux comparés au diagramme des lobes de stabilité.....	134
Figure 5-1 : Structure du logiciel de modélisation et d'analyse de broche.....	138
Figure 5-2 : Opérations disponibles des menus .....	139
Figure 5-3 : Base de donnée d'une broche .....	141
Figure 5-4 : Base de données « roulements » .....	142
Figure 5-5 : Fenêtre graphique d'affichage du modèle.....	142
Figure 5-6 : Interface de recalage .....	145
Figure 5-7 : Interfaces relatives au diagramme de Campbell .....	147
Figure 5-8 : Modèle EF de trois broches. ....	148
Figure 5-9 : Comparaison des lobes de stabilité respectif des différentes broches.....	149
Figure 5-10 : Quelques étapes d'évolution de conception.....	151
Figure 5-11 : Comparaison des lobes de stabilité respectifs des différentes broches .....	152

Figure 5-12 : Zone d'utilisation d'une électrobroche UGV. ....	153
Figure 5-13 : Configuration broche-outil d'étude.....	154
Figure 5-14 : Zone d'utilisation d'une électrobroche UGV. ....	154
Figure 5-15 : Diagramme de lobes de stabilité dynamique.....	155

## Index des tableaux

---

Tableau 2-1 : Analyse modale comparative des différents modèles .....	63
Tableau 3-1 : Variation des modes de flexion en fonction de la vitesse de rotation. ....	96
Tableau 3-2 : Pourcentage d'erreur sur la prédiction des vitesses critiques. ....	106
Tableau A3-1 : Analyse modale comparative des différents modèles .....	185



## Notations

---

$x$	Abscisse d'une section différentielle
$G_x$	Centre de gravité d'une section différentielle
${}^x\mathbf{r}_G$	Vecteur translation de $G_x$
${}^x\boldsymbol{\theta}$	Vecteur coordonnées de rotation d'une section différentielle
$\mathbf{v}_G$	Vecteur vitesse de $G_x$
$R_1$	Repère co-rotationnel
$R_a$	Repère attaché à une section infinitésimale de l'arbre
$\begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \end{bmatrix}^T$	Composantes de ${}^x\mathbf{r}_G$ dans $R_1$
$\begin{bmatrix} \theta_x & \theta_y & \theta_z \end{bmatrix}^T$	Composantes de ${}^x\boldsymbol{\theta}$
${}^x\mathbf{q}$	Vecteur des déplacements nodaux
$\vec{\omega}_a$	Vecteur vitesse angulaire d'une section différentielle
$\boldsymbol{\omega}_a$	Matrice antisymétrique des vitesses angulaires
${}^x\mathbf{L}$	Matrice des vitesses généralisées
$dm$	Masse d'une section différentielle
$d\mathbf{J}$	Matrice d'inertie d'une section différentielle
${}^e\mathbf{q}$	Vecteur déplacement nodaux d'un élément poutre
$\mathbf{q}_N$	Vecteur des déplacements nodaux du modèle
$\mathbf{N}(x)$	Matrice des fonctions de forme
${}^eT$	Energie cinétique d'un élément
${}^e\mathbf{K}$	Matrice de rigidité d'un élément poutre

${}^e \mathbf{M}$	Matrice de masse d'un élément poutre
${}^e \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	Matrice des effets gyroscopiques et centrifuges d'un élément poutre
$\mathbf{M}$	Matrice de masse du modèle
$\mathbf{K}$	Matrice de rigidité du modèle
$\mathbf{D}$	Matrice d'amortissement visqueux
$\mathbf{C}$	Matrice des effets gyroscopiques
$\mathbf{G}$	Matrice des effets gyroscopiques et centrifuges en régime de rotation pseudo-constante
$\mathbf{N}$	Matrice des effets d'assouplissement en régime de rotation pseudo-constante
$n$	Fréquence de rotation de la broche (tour/mn)
$a_{lim}$	Profondeur de passe limite au sens de la stabilité (mm)
$F_r$	Composante radiale de l'effort de coupe
$F_t$	Composante tangentielle de l'effort de coupe
$K_t$	Coefficients spécifiques de coupe relatif à $F_t$
$K_r$	Coefficients spécifiques de coupe relatif à $F_r$
$f_z$	Avance par dent et par tour (mm/dent/tour)
$\phi_j$	Position angulaire de la dent $j$ de la fraise (rad)
$a_p$	Profondeur de passe (mm)
$h$	Epaisseur du copeau
$\mathbf{A}(t)$	Matrice des coefficients dynamiques d'efforts de fraisage
$\Delta(t)$	Vecteur des déplacements du nœud représentatif du bout d'outil

# INTRODUCTION GENERALE

---

L'Usinage à Grande Vitesse (UGV) est un procédé répandu dans les domaines de la fabrication des pièces pour l'aéronautique, l'automobile et dans l'industrie du moule. L'intérêt de ce procédé par rapport à des usinages conventionnels est d'obtenir des gains substantiels sur le coût des pièces usinées. En effet, l'augmentation des vitesses de coupe et d'avance apportée par cette technologie permet de réduire les temps d'usinage.

L'industrialisation de l'UGV a nécessité d'importantes évolutions et innovations technologiques tant sur l'aspect de la coupe et des outils coupants que sur l'adaptation des machines outils. Cette course à la performance dynamique se traduit par l'introduction de concepts innovants tels que les machines agiles à structures parallèles ou de composants technologiques à haute technicité comme les moteurs linéaires, les électrobroches et les guidages magnétiques sans contact.

Ces techniques, en pleine évolution, suscitent de nombreuses études de la part des constructeurs de machines, des fabricants d'outils mais aussi des utilisateurs en collaboration avec les centres techniques, les écoles d'ingénieurs et les universités pour caractériser les machines et les composants.

Les broches UGV, en particulier, ont fait l'objet d'importantes innovations technologiques. De nombreuses fonctions mécaniques ont été intégrées à ces systèmes pour les rendre plus puissants et performants dans un encombrement qui n'a que peu varié. Par conséquent, les interactions et les couplages entre ces différentes fonctions sont devenus très complexes à analyser et rendent difficile l'évaluation du



comportement dynamique. De plus, l'augmentation des performances et des vitesses de rotation des broches sollicitent ces systèmes dans des plages de fréquence plus étendues et peuvent mettre en action des régimes critiques, néfastes à leur tenue en service. La maîtrise des phénomènes vibratoires et de leurs conséquences sur la durée de vie des électrobroches ainsi que sur la qualité de la coupe représente un enjeu scientifique et industriel important. L'expérience acquise et les méthodes utilisées par les concepteurs et les utilisateurs d'électrobroche pour la mise au point des procédés d'usinage ne suffisent plus à garantir un niveau de fiabilité suffisant en production. Ces problèmes occasionnent des frais d'exploitation élevés et pénalisent l'intégration industrielle des électrobroches UGV modernes.

C'est en vue de répondre à cette problématique scientifique et industrielle que ces travaux de recherche sont conduits en collaboration avec la société PCI-SCEMM, constructeur de machines-outils et intégrateur de composants technologiques. L'objectif est de caractériser les phénomènes dynamiques relatifs aux interactions entre électrobroche et procédé d'usinage. La détermination des effets des conditions d'utilisation sur les niveaux de sollicitation des électrobroches, d'une part, et sur la qualité de la coupe, d'autre part, est le fil directeur de nos travaux. La maîtrise de ces aspects est essentiel pour garantir la bonne utilisation de l'ensemble broche-outil.

Le **premier chapitre** présente d'une façon générale l'Usinage à Grande Vitesse et les principales technologies de broches utilisées. Les électrobroches à roulements qui sont l'objet d'étude de nos travaux sont analysées plus en détail. Une étude bibliographique portant sur la modélisation dynamique des broches UGV est présentée. L'analyse des travaux existants permet de mettre en évidence les lacunes et les insuffisances dans les approches considérées. Enfin, la dernière partie précise les objectifs scientifiques et industriels des travaux de thèse et les principes mis en oeuvre.

Dans le **chapitre 2**, la démarche d'élaboration d'un modèle dynamique d'électrobroche est décrite. Cette démarche est basée sur l'identification de la contribution des entités élémentaires de structure d'une broche dans le comportement dynamique global. Pour cela, une modélisation éléments finis couplée à une identification modale expérimentale est conduite sur les différentes entités d'une électrobroche préalablement démontée. Le modèle global de broche est ensuite élaboré par assemblage des modèles éléments finis représentatifs de ces entités élémentaires. Une procédure de recalage du modèle global est ensuite appliquée afin de garantir la

correspondance entre les prédictions du modèle numérique et les résultats issus d'essais expérimentaux.

Le **troisième chapitre** est consacré à l'élaboration d'un modèle dynamique d'électrobroche UGV en rotation, dans un cadre général qui est celui de la dynamique des rotors. La première partie décrit l'élaboration du modèle éléments finis. Un élément spécial, poutre – rotor, est développé afin de prendre en compte la rotation de l'électrobroche. Les propriétés dynamiques de la broche en rotation sont mises en évidence, à travers différents types d'analyses, dans la seconde partie de ce chapitre. Les prédictions du modèle recalé, lorsque l'électrobroche est en rotation, font l'objet d'une validation expérimentale. C'est en ce sens qu'un banc d'essai de broche en rotation, adaptable sur tous types de broches, a été conçu. Les résultats issus des essais montrent une bonne corrélation avec les prédictions du modèle.

Le **quatrième chapitre** est consacré à l'analyse des conditions de stabilité de la coupe prenant en compte les propriétés dynamiques des broches. Dans une première partie, la théorie des lobes de stabilité sous sa forme semi- analytique ainsi que les modèles sur lesquels elle s'appuie sont rappelées. La deuxième partie présente une nouvelle approche mise au point, qui intègre dans un modèle de coupe existant le comportement dynamique de la broche en rotation obtenu par notre modélisation. Un nouveau diagramme de lobes de stabilité est proposé prenant en compte, à chaque vitesse de rotation considérée, les propriétés dynamiques effectives de la broche à cette vitesse. Une étude expérimentale est ensuite conduite afin de valider l'approche proposée.

Enfin, le **chapitre 5** aborde les applications industrielles de nos travaux. Ces derniers ont été à l'origine du développement d'un logiciel **BrochePro** d'analyse et de conception d'électrobroches UGV. La première partie est consacrée à la présentation de ses principales fonctionnalités. La seconde partie présente des applications qui illustrent l'intérêt et la pertinence du logiciel développé. La détermination des conditions d'utilisation optimales d'un ensemble 'broche – outil' qui garantissent d'une part, la productivité et la stabilité de la coupe et d'autre part, la tenue en service de l'équipement, est rendue possible. **BrochePro** peut également être considéré comme un outil d'aide à la conception des broches, et plus généralement à la conception de l'opération d'usinage envisagée. Trois applications illustratives de ces propos sont présentées. La première décrit la réalisation d'une analyse comparative d'électrobroches

concurrentes, basée sur leurs lobes de stabilité respectifs. La seconde consiste à optimiser la conception d'une broche pour garantir son adéquation à une opération d'usinage donnée. Enfin, des préconisations d'utilisation d'électrobroche sont énoncées afin de garantir à la fois des sollicitations dynamiques réduites sur la broche et des conditions optimales de coupe.

# Chapitre 1 : ETAT DE L'ART

---

## 1 Introduction

Les technologies liées à l'Usinage Grande Vitesse sont relativement récentes et en continuelle évolution. Bien que les théories de la coupe à grande vitesse aient vu le jour dès les années 1930 [Salomon 31], les machines capables de réaliser de tels usinages sont apparues commercialement dans les années 1980 [Komanduri & al 85] [Kaufeld 90]. Depuis, ce procédé s'est industrialisé et a permis d'abaisser significativement les coûts directs de production, de réduire les en-cours de fabrication et d'obtenir de la flexibilité sans perte de productivité.

Ces techniques de production, en pleine évolution, suscitent de nombreuses études de la part des constructeurs de machines, des fabricants d'outils et intermédiaires mais aussi des utilisateurs en collaboration avec les centres techniques, les écoles d'ingénieurs, les universités. L'UGV a initié des programmes de recherche tel que le «saut technologique » encouragé par le ministère de la Recherche et de la Technologie, portant sur les aspects d'étude et d'évaluation : du fraisage GV des matériaux à hautes caractéristiques, du perçage GV des aciers et de la fonte et du fraisage GV de la fonte.

Un projet élargi (GPI : Grand Projet Industriel) sur le travail à grande vitesse est actuellement en cours de développement. Il s'organise autour de partenaires utilisateurs (regroupés pour les aéronauticiens au sein du GIFAS), des constructeurs et fabricants de composants (regroupés au sein du SYMAP). L'objet principal de ce projet est la caractérisation des machines et composants pour tout travail à grande vitesse.

Les progrès de l'UGV et de ses applications industrielles sont conditionnés par la maîtrise d'un ensemble de facteurs qui entrent dans la définition d'une opération d'usinage. Les facteurs prépondérants sont relatifs :

- aux éléments de machines comme les broches, les axes de travail, la commande ainsi que la structure de la machine,
- aux caractéristiques d'outils comme les matériaux de coupe, les géométries d'outils,
- aux matériaux usinés,
- aux accessoires de l'environnement (lubrification, aspiration/évacuation des copeaux).

Nous allons donc faire une présentation générale de l'UGV et des différentes architectures d'électrobroches. Puis, une analyse technologique des électrobroches à roulements qui sont l'objet d'étude de cette thèse, est présentée. Un état de l'art des travaux relatifs à la modélisation du comportement des broches est présenté. Enfin, les objectifs de nos travaux de recherche sont définis à partir de la synthèse de l'existant et du besoin industriel exprimé par la société PCI-SCEMM.

## **2 L'usinage Grande Vitesse**

### **2.1 Domaines d'applications**

Les principaux domaines d'applications de l'UGV sont l'aéronautique avec l'usinage de pièces de structure et de pièces de réacteurs d'avion (aubes, rouets, pales,...), l'industrie du moule pour l'usinage de formes complexes de matériaux à haute résistance mécanique, et l'industrie automobile sur des pièces de forge ou de fonderie (Figure 1-1).



Figure 1-1 : Domaine d'application de l'UGV (source CETIM)

**L'industrie aéronautique** se caractérise par des pièces usinées à forte valeur ajoutée. Les pièces ont généralement des formes complexes avec de nombreux évidements ou poches de façon à générer des pièces structurellement rigides au moindre poids. En conséquence les temps d'obtention par usinage sont longs et il est essentiel de préserver la pièce de toute dégradation. Les broches sont sollicitées principalement par des opérations d'usinage longues pouvant atteindre plusieurs heures avec des fréquences de rotation élevées. Dans ce contexte, les problèmes constatés sur les broches proviennent principalement de phénomènes de fatigue liés à des phénomènes vibratoires répétés représentatifs de l'opération en cours. Les ruptures de roulements, principalement au niveau du palier arrière, sont une cause fréquente de dégradation des broches.

**L'industrie automobile** se caractérise, quant à elle, par une production de grande série de pièces. Les cadences très élevées de production exigent des lignes d'usinage très fiables. Les pièces usinées sont à faible valeur ajoutée. Par contre, chaque opération d'usinage est optimisée pour être la plus courte possible tout en garantissant la qualité de la pièce exigée par le constructeur automobile. Les conditions d'usinage se

caractérisent par une succession d'opérations d'usinages courtes avec des débits copeaux maximum et des changements d'outils répétés.

Dans l'industrie automobile, les constructeurs s'accordent sur le constat que les séries de pièces diminuent, la durée de vie des produits raccourcit et ne dépasse pas actuellement 5 ans. Les pièces subissent de fréquentes modifications qui ont pour origines principales l'amélioration des performances et la prise en compte de nouvelles normes relatives à la sécurité ou à la pollution. Les machines spéciales qui équipent les lignes de transfert caractéristiques des fabrications en grandes séries sont remplacées par des centres d'usinage plus universels, flexibles et rapides. « L'équation » est donc particulièrement difficile à résoudre puisqu'il faut concilier la flexibilité et la productivité. La solution semble résider dans la définition de machines associant le concept monobroche à de grandes vitesses de déplacements d'axes. La société PCI-SCHEMM, Process Conception Ingénierie, constructeur de machines-outils du groupe PSA, propose des machines de haute technologie répondant à ces critères (Figure 1-2).

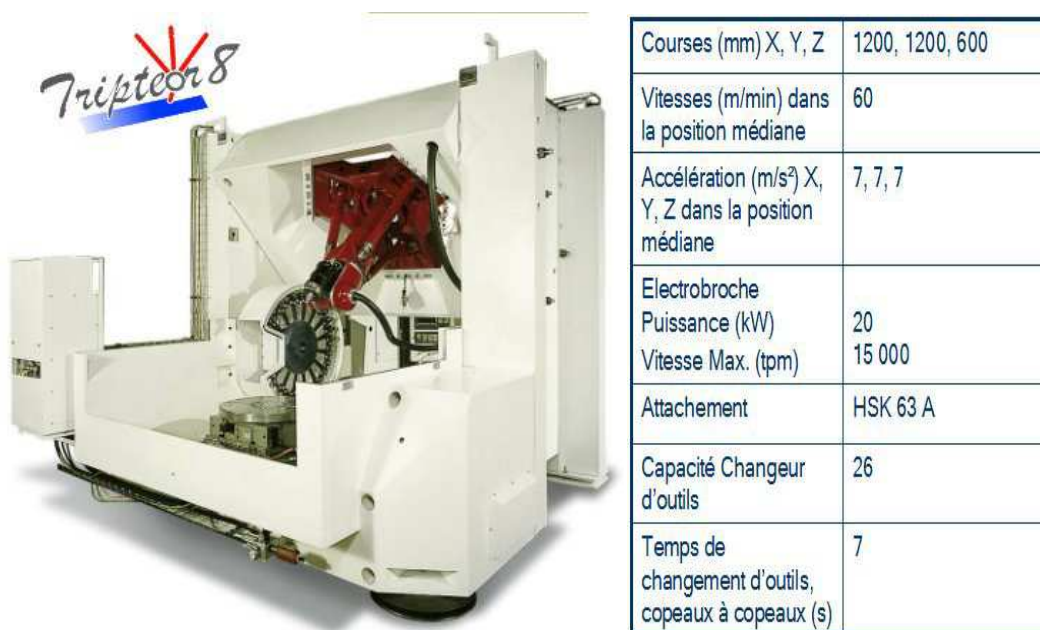


Figure 1-2 : Centre d'usinage Tripteur 8 (doc PCI-SCHEMM)

Si les machines à la fois agiles et rapides semblent être la solution aux exigences conjointes de flexibilité et de productivité, leur utilisation ne saurait se résumer à la simple transposition des gammes d'usinage conventionnelles. Il s'agit d'une refonte

complète des méthodes d'usinage qui s'accompagnent d'évidentes incidences sur la conception même des produits et justifient les recherches actuelles en matière d'élaboration rationnelle des gammes et des produits. Actuellement, des machines agiles sont introduites dans les chaînes de fabrication sérielle. Elles réalisent certaines opérations d'ébauche ou de finition sur des pièces de type culasses ou carters de boîtes de vitesses. Nous citerons ici l'exemple de la machine METEOR 5 ou METEOR ML qui, à La Française de Mécanique, réalise la fabrication des culasses de moteur.

## **2.2 La problématique industrielle**

Les machines-outils constituent l'élément central autour duquel se structurent les systèmes de fabrication. La maîtrise de leur cycle de vie et de leur fiabilité est indispensable pour limiter leur coût de fonctionnement global. Parmi les éléments constitutifs d'une machine, l'électrobroche a une incidence prépondérante sur les coûts de maintenance et sur la disponibilité des machines outils.

Les électrobroches UGV sont des éléments sensibles en terme de durée de vie car elles sont les sous-systèmes les plus complexes et les plus sollicités d'une machine-outil. On estime que les électrobroches sont responsables d'environ 30 % du coût d'exploitation des machines UGV de l'industrie automobile.

Le système actuel de maintenance des électrobroches, proposé par les constructeurs de machines-outils français a un caractère préventif. Il est basé sur une durée de fonctionnement avant révision comprise entre 5000 et 8000 h et sur une mise au rebut après 5 révisions. Dans ce contexte, le temps d'utilisation est le seul paramètre pris en compte pour estimer l'état de dégradation d'une électrobroche. Ceci entraîne des coûts de maintenance considérables, dûs à des interventions prématurées sur des broches capables encore de fonctionner ou à des défaillances imprévisibles initiées par des incidents de fonctionnement qui interviennent avant la révision systématique. La maintenance systématique de l'ensemble du parc de machines-outils françaises suppose un nombre important d'interventions, pour un coût unitaire de 10 à 15 keuros/broche. De plus, toute défaillance intempestive engendre davantage de pertes par l'arrêt du cycle de production durant le temps de changement de la broche et de réglage de la machine [Moraru & al 05].



La société PCI-SCHEM et plus largement les professionnels de la machine-outil ont donc exprimé le besoin de réduire, de façon importante, le coût d'exploitation des électrobroches à grande vitesse.

## 3 Electrobroches UGV

### 3.1 Principes

Les électrobroches UGV sont construites selon trois principes de guidage en rotation différents :

- Les **électrobroches à roulements à billes** (Figure 1-3) ;
- Les **électrobroches à paliers magnétiques** (Figure 1-4) dont le fonctionnement repose sur la création d'un champ magnétique qui « suspend » le rotor entre les électro-aimants dans une position contrôlée quels que soient les efforts exercés sur l'outil ;
- Les **électrobroches à paliers hydrostatiques et hydrodynamiques** qui équipent depuis peu certaines machines à grande vitesse (Figure 1-5).

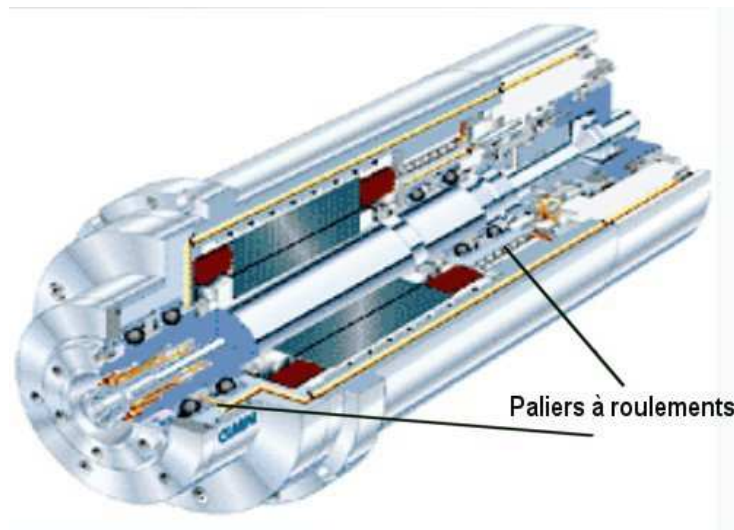


Figure 1-3 : Vue en coupe d'une électrobroche à roulement

Les **électrobroches à roulements à billes** se distinguent par :

Leur coût, le couple disponible aux faibles vitesses de rotation, la conception en fourreau facilitant leur intégration. Ces broches permettent par exemple d'atteindre 40 000 tr/min pour une puissance de 40 kW et un couple à basse vitesse de 300 mN.

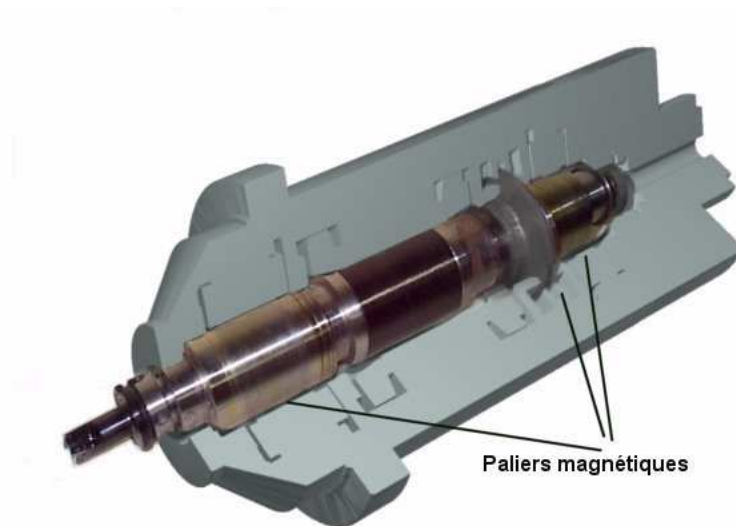


Figure 1-4 : Vue en coupe d'une électrobroche à paliers magnétique (source S2M)

Les **électrobroches à paliers magnétiques** présentent les avantages suivants:

L'absence de risques de ruptures de billes en cas de choc, le contrôle actif qui permet d'intervenir sur la position zéro de l'arbre, de mesurer les efforts et d'éviter les vibrations dues aux balourds. Ces broches permettent par exemple d'atteindre 20 kW à 45 000 tr/min ou 15 kW à 60 000 tr/min.

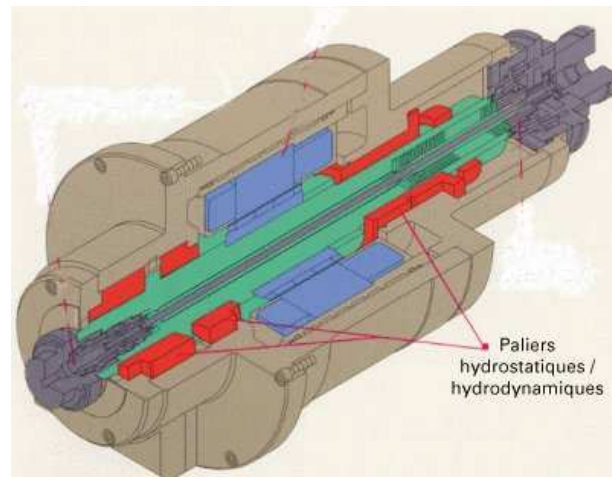


Figure 1-5 : Vue en coupe d'une électrobroche à paliers hydrostatiques et hydrodynamiques

(source ingersoll)

Enfin les **électrobroches à paliers hydrostatiques** sont reconnues pour les qualités de rigidité, d'amortissement et de concentricité ainsi que leur grande durée de vie. Ces broches sont particulièrement intéressantes pour les travaux de finition ou de rectification car leur puissance reste actuellement inférieure à 5 kW.

Ce sont les électrobroches à palier magnétique qui ont équipé les premières machines à grande vitesse, bientôt concurrencées par les électrobroches à roulements à billes céramiques. Dans l'état actuel des choses, ce sont les électrobroches à roulements à billes qui détiennent la plus grande part du marché.

### 3.2 Fonctions et composants associés

De nombreuses fonctions sont présentes au sein d'une broche UGV, ce qui en fait un système mécanique complexe et délicat à mettre en œuvre.

- **La fonction guidage en rotation.**

Cette fonction est assurée par les paliers de la broche. Ils sont souvent au nombre de deux : le palier avant et le palier arrière. Ils sont constitués de roulements hybrides montés en configuration « précharge à effort constant ». Les qualités d'un guidage sont liées au coefficient de frottement entre les éléments mobiles et aux caractéristiques de raideur statique et dynamique. Ces critères ont conduit les constructeurs de broche à

utiliser la technologie des roulements à billes hybrides (Figure 1-6) composés de bagues en acier et de billes en céramique.



Figure 1-6 : Roulements hybrides (source SNFA)

Le mode de défaillance du nitrure de silicium qui compose la céramique est très similaire à celui de l'acier à roulements. En effet, l'endommagement se manifeste par un écaillage consécutif à des phénomènes de fatigue dûe aux contraintes de cisaillement en sous-couche. Cependant la résistance à la fatigue de la céramique est beaucoup plus grande que celle de l'acier.

La dilatation thermique de l'arbre de broche doit être absorbée et ne pas influencer les réglages initiaux de précharge afin d'assurer la stabilité thermique du guidage. La solution la plus courante est le montage du palier arrière dans un boîtier guidé en translation par une douille lisse ou à billes et préchargé par des ressorts.

- **La fonction transmission de puissance.**

Une électrobroche UGV est équipée d'un moteur intégré à l'arbre de broche éliminant, de ce fait, les dispositifs conventionnels de transmission de puissance externes tels que les engrenages ou courroies. Les moteurs sont le plus souvent de type asynchrone à commande vectorielle. Cette solution constructive permet de réduire les vibrations, d'assurer un équilibrage de précision et une meilleure gestion des asservissements par un contrôle précis des accélérations et décélérations angulaires de broche.

En revanche, l'intégration du moteur a amené des contraintes liées au transfert important de chaleur dégagée lors du fonctionnement et à l'augmentation des masses en rotation conduisant à mettre en place une régulation de température, une lubrification pointue et un équilibrage précis. Des dispositifs de refroidissement, de lubrification et d'équilibrage sont donc présents sur ces broches.

- **La fonction lubrification de la zone de coupe.**

Indépendamment de la nature du lubrifiant, il existe plusieurs modes de lubrification :

- débit important sous faible ou moyenne pression ;
- micropulvérisation sous forte pression ;
- lubrification externe ou par le centre ;
- simple soufflage pour évacuation des copeaux, etc.

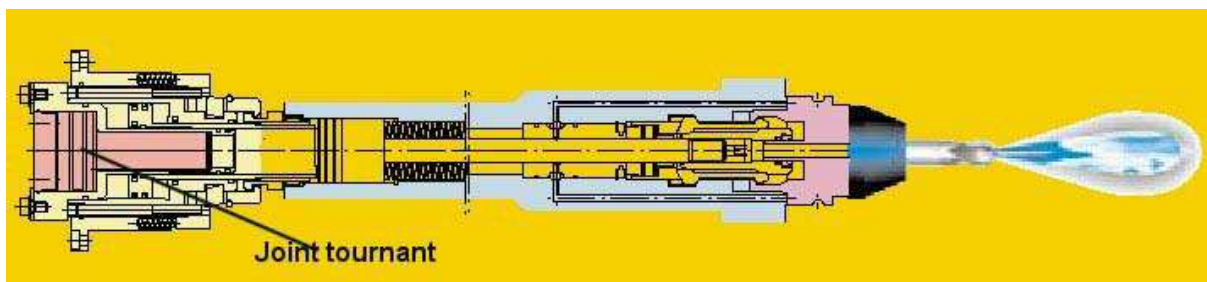


Figure 1-7 : Système de lubrification OTT

En UGV l'évacuation des copeaux doit impérativement être assurée, hors du champ de coupe pour éviter leur recyclage et hors de la pièce pour ne pas lui transmettre les calories évacuées dans les copeaux. La tendance actuelle est de se tourner vers la micropulvérisation ou l'usinage à sec afin de répondre aux normes environnementales ISO 14000. Le débit de lubrifiant est fonction de la vitesse mais la consommation est considérée comme « négligeable ». Les recherches autour de l'usinage à sec orientent les études relatives aux choix de la géométrie des outils et aux choix du matériau de coupe qui doit conserver sa dureté aux températures de coupe.

Le composant technologique principal de la broche associé à cette fonctionnalité est le joint tournant placé à l'arrière de la broche (Figure 1-7).

- **La fonction entraînement et changement d'outil.**

L'entraînement de l'outil à une haute vitesse de rotation, en toute sécurité, impose une qualité d'attachement irréprochable. Cet entraînement doit assurer :

- un serrage efficace pour transmettre un couple élevé ;
- un centrage parfait, très haute précision, sans balourd ;
- une rigidité maximale en statique comme en dynamique ;
- une stabilité identique quelle que soit la vitesse de broche.

En fraisage, la liaison broche/porte-outil la plus courante est la solution dite cône-face, remplaçant la liaison classique cône mâle/femelle (ISO ou BT). Une telle solution répond aux exigences spécifiées, tout en évitant l'effet de fretting-corrosion dûe à la différence de dilatation de la partie conique (dilatation proportionnelle aux diamètres). La solution de type HSK normalisée en Allemagne (DIN 69-893-1) tend à se généraliser. Elle se traduit par l'adjonction d'un cône court de faible conicité et d'un plan d'appui dont la distance par rapport au plan de jauge est très précise (Figure 1-8).

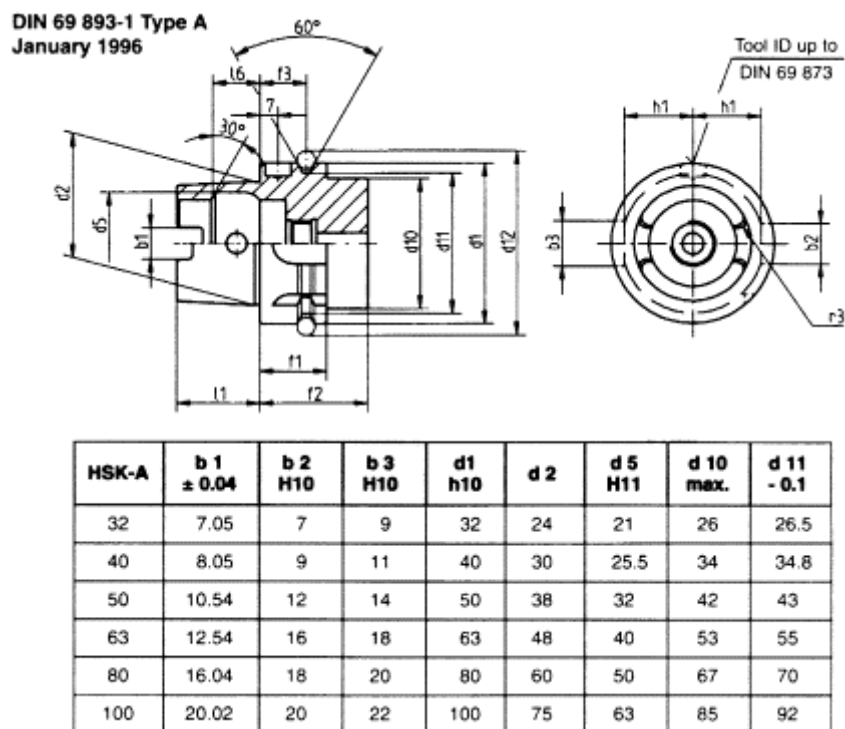


Figure 1-8 : Norme HSK. Définition

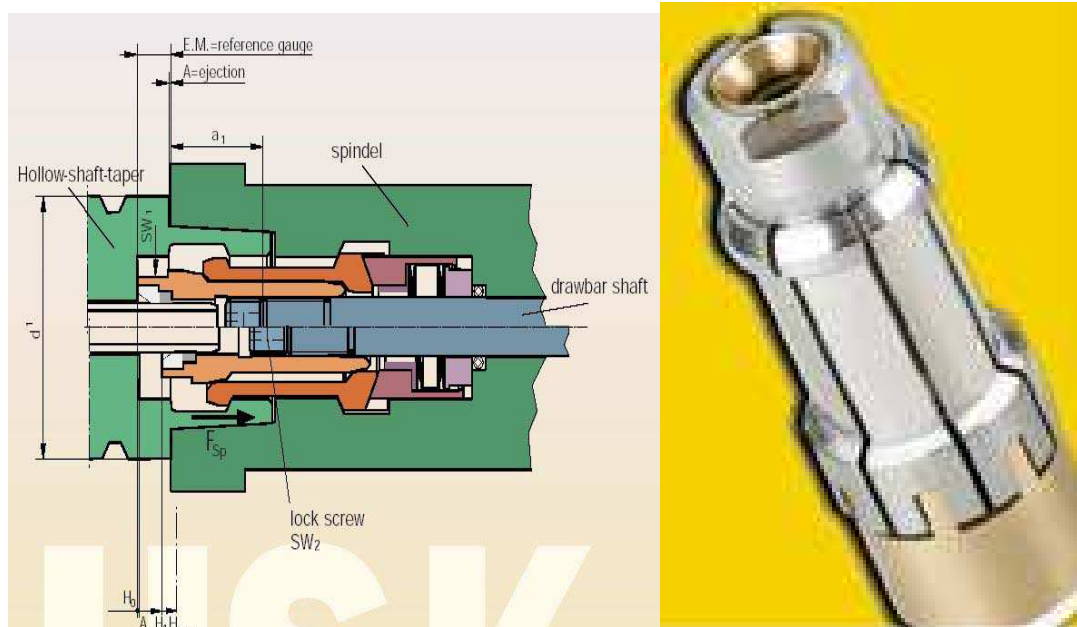


Figure 1-9 : Attachement HSK

Le serrage est assuré par tirage à l'aide d'une noix de serrage expansible (Figure 1-9) : celui-ci, contrairement au serrage cône-cône, multiplie la capacité de serrage pour une même force de traction. Le changement d'outil est réalisé par action du vérin hydraulique « pot de serrage » fixé à l'arrière de la broche. Ce vérin comprime un empilement de rondelles ressorts et permet à la tige du serre-outil de se déplacer pour desserrer la noix de serrage et lâcher le porte-outil (Figure 1-10).

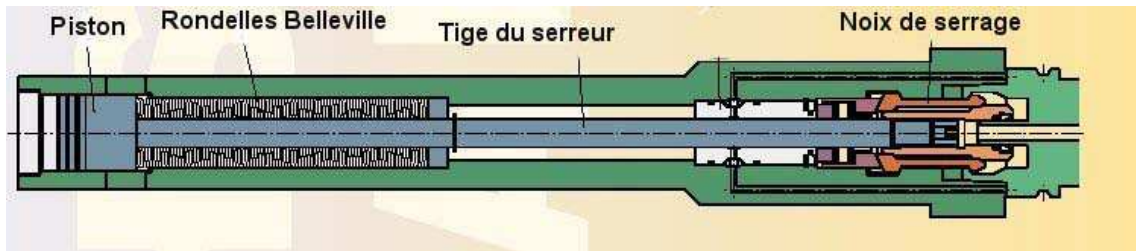


Figure 1-10 : Système de serrage (source OTT)

Le montage de l'outil dans le porte-outil se fait soit:

- par frettage : cette solution assure une excellente précision mais son emploi est limité au montage des outils carbures sur attachement acier (la différence de dilatation est une condition nécessaire au défrettage). De plus il faut disposer d'un banc de frettage.

- par mandrin.

La norme ISO 1940 définit l'excentration résiduelle permise en fonction de la vitesse de rotation pour limiter le déséquilibre (Figure 1-11).



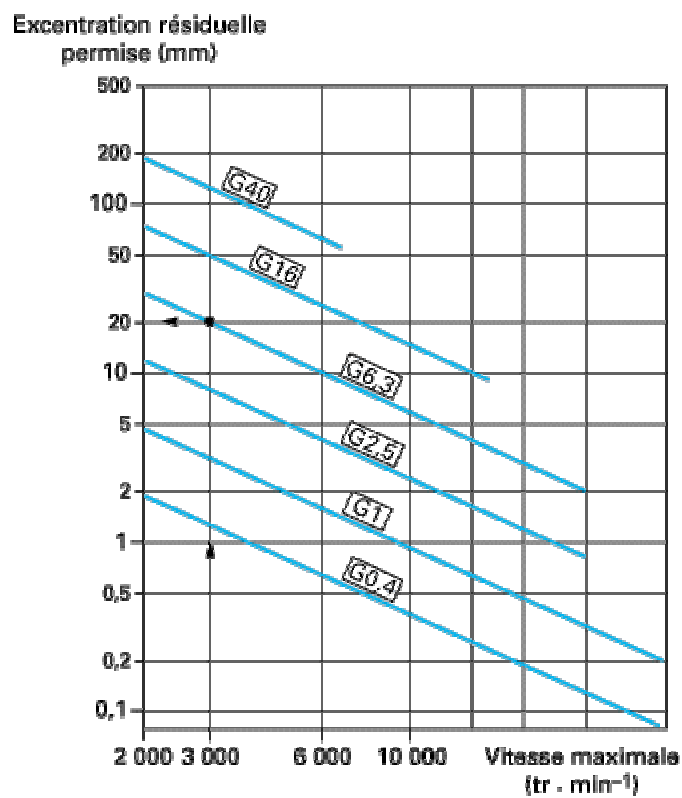


Figure 1-11 : Niveau de qualité de l'équilibrage (ISO 1940)

## 4 Problématique de la modélisation dynamique des broches

### 4.1 Introduction

La détermination du couple broche-outil et de ses conditions d'utilisation dans un procédé d'usinage, garantissant à la fois la productivité et la qualité de l'opération considérée, constitue une préoccupation essentielle d'un préparateur machine. L'expérience acquise et les méthodes utilisées par les concepteurs et les utilisateurs de broche pour la mise au point des opérations d'usinage conduisent souvent à des réglages longs et coûteux. Ce n'est qu'après un certain nombre d'essais que les conditions d'utilisation sont déterminées. L'atteinte d'un point de fonctionnement optimal n'est pas garantie. Il est alors évident qu'un retour en arrière dans les conditions de réglage, si la fiabilité de la broche n'est pas assurée ou si les performances attendues au niveau de l'opération ne sont pas suffisantes, est extrêmement coûteux. Par conséquent, il est très important du point de vue économique de prédire par des simulations le comportement et les performances des électrobroches avant leur intégration dans un procédé d'usinage.

Les électrobroches UGV ont un comportement dynamique fortement non linéaire en raison des interactions et des couplages de comportement des nombreux systèmes qui les constituent. De plus, des forces centrifuges et d'inertie apparaissent dont les effets sont d'autant plus significatifs que les vitesses de rotation et les performances des broches sont élevées. Il en résulte, au niveau des composants de broche, des variations de sollicitations vibratoires en fonction des conditions d'utilisation de l'électrobroche et de la dynamique imposée au niveau de l'outil. Puisque les électrobroches sont destinées à des applications qui requièrent une grande précision sur des plages de vitesses de rotation étendues, il est fortement utile de disposer d'un modèle dynamique de prédiction pour garantir des choix constructifs appropriés et des conditions d'utilisation adaptées.

Nous présentons une synthèse bibliographique des méthodes utilisées dans la littérature pour la modélisation dynamique des électrobroches. De nombreux phénomènes influent le comportement des broches et font l'objet de travaux de recherche. On recense, en particulier, des analyses de sensibilité du comportement des électrobroches relatives à l'influence de :

- La vitesse de rotation,
- La rigidité des roulements et de leur précharge,
- Les aspects thermiques,

ainsi que les couplages entre ces différents paramètres.

Une analyse critique de ces travaux est ensuite établie pour mettre en évidence les intérêts et les lacunes des approches proposées. Nous dressons ensuite le cadre et les objectifs des travaux de thèse.

## **4.2 Approches de modélisation existantes**

Bien qu'appartenant à une gamme étendue de systèmes dynamiques communément référencée par le terme 'rotor', les broches de machine-outil ne sont pas modélisées, de façon courante, par la théorie de la dynamique des rotors. En effet, à des vitesses conventionnelles de rotation, qui caractérisent les broches d'usinage traditionnelles, la réponse dynamique est très similaire à celle du système non tournant. Une modélisation dynamique de système non tournant est donc suffisante. Cependant, avec l'augmentation des vitesses de rotation, qui caractérise les électrobroches UGV, les effets gyroscopiques et d'inertie deviennent plus prononcés et rendent le comportement dynamique de la broche dépendant de sa vitesse de rotation. Ces phénomènes dynamiques, propres aux rotors, ont fait l'objet d'études approfondies depuis de nombreuses années [Nelson & Mc Vaugh 76], [Reddy & Sharan 87], [Brandon & Al-Shareef 92], [Shin 92], [Childs 93], [Genta 95], [Lalanne & Ferraris 01].

Cependant, l'application de ces méthodes d'études au cas des broches de machine-outil n'est pas aisée du fait des précisions exigées et des couplages importants entre les multiples degrés de libertés des différentes entités structurales qui composent ces systèmes. Un modèle de connaissance du comportement dynamique de broche nécessite l'intégration des modèles de l'arbre de broche, des roulements, du corps de broche mais aussi de l'outil, des interactions avec la pièce à usiner et de la structure de la machine entière. Les modèles éléments finis ne peuvent pas être identifiés avec précision à cause de la grande diversité de paramètres caractérisant les différents composants et liaisons.

Comme la dérivation exacte ou symbolique de modèle dynamique complet de broche de machine-outil dépasse les possibilités des méthodes courantes disponibles, les modèles de broche présentés dans la littérature ou utilisés industriellement sont fortement simplifiés. Les approximations usuelles portent sur :

- la restriction du domaine d'étude. On distingue, en particulier, les travaux relatifs à l'analyse de sensibilité du comportement dynamique de broche en bout d'outil. L'influence des paramètres tels que la longueur d'outil [Tlusty & al 96], [Smith & al. 98], [Davies & al 98], [Schmitz, Donaldson 00], [Schmitz & al. 01], ou encore la rigidité de l'emmanchement du porte-outil [Agapiou & al 95], [Weck, Schubert 94] est analysée. L'influence de l'effort de serrage du porte-outil ainsi que l'influence des dimensions de l'arbre de broche est étudiée par *Smith* [Smith & al 99].
- l'approche de modélisation. On distingue, par ordre de complexité, les modèles de broche établis sur la base d'approximations « corps-rigide » [Spiewak 95], [Shin 92], [Ren, Beards 95]. Ces modèles sont essentiellement destinés à évaluer l'influence des paliers sur le comportement statique et dynamique d'une broche.

On distingue ensuite, les modèles éléments finis [Zienkiewicz 71], [Ewins 84], [Tlusty 86] qui permettent de modéliser les phénomènes thermo-mécaniques ou purement mécaniques associés ou non à des techniques de condensation de modèle [Guyan 65], [Anderson & Hallauer 80], [Spiewak & Nickel 00].

Enfin, une troisième approche de modélisation de broche repose sur des techniques d'identification expérimentales [Faassen & al 03], [Schmitz & al. 04]. Ces techniques présentent l'intérêt d'établir un modèle local (palier, bout d'outil, ...) précis sur la base de mesures expérimentales. Cependant, les modèles identifiés obtenus se présentent comme des « boîtes noires » pour lesquelles le lien avec la réalité du système physique n'est plus établi. De plus, Les modèles identifiés sont limités à des prédictions dans la zone d'étude des essais expérimentaux. La qualité de ces modèles est fortement dépendante de celle de la chaîne de caractérisation expérimentale.

Ces différentes approches, présentées dans la littérature ou utilisées industriellement, font l'objet de la présentation suivante.

#### 4.2.1 Modélisation dynamique des broches par éléments finis

##### ▪ Influence de la vitesse de rotation

Les principaux travaux concernant la modélisation du comportement dynamique des broches par la méthode des éléments finis sont présentés ci-après. Le comportement dynamique d'un arbre tournant est modélisé par la théorie des poutres *d'Euler-Bernoulli* [Nelson & Mc Vaugh 76]. Ce modèle est valide pour des arbres ayant un rapport diamètre/longueur faible. L'analyse des effets d'inertie en rotation, des couplages gyroscopiques, de la charge axiale ainsi que les effets de balourd sur le comportement dynamique est réalisée. Ce modèle a ensuite été enrichi en incluant des notions d'amortissement interne et en adoptant la théorie des poutres de *Timoshenko* [Zorzi & Nelson 77], [Nelson 80]. Ce modèle est assemblé à des modèles de roulements de type ressort de rigidité isothermiques. L'application de la théorie des poutres de *Timoshenko* [Timoshenko 28], prenant en compte les effets d'inertie en rotation ainsi que les contraintes de cisaillement, à la modélisation de l'arbre en rotation améliore la précision du modèle numérique pour des rapports diamètre/longueur des éléments poutres plus importants. En 1997, *Lantto* réalise un modèle éléments finis très détaillé d'un rotor en intégrant les roulements par des forces généralisées [Lantto 97]. L'influence de la précharge et de la température sur la rigidité des roulements n'est pas prise en compte.

*C. Lin et al.* [Lin et al 03] proposent un modèle thermo-dynamique de broche à roulements sur la base des travaux de *Lantto* et *Bossmans* [Bossmanns & Tu 99]. Ils présentent les effets de la précharge induite thermiquement sur le comportement dynamique d'une broche. Le modèle dynamique proposé intègre les forces centrifuges et les moments gyroscopiques liés à la rotation de l'arbre et permet d'observer des variations significatives de comportement dynamique d'une électrobroche en fonction de sa vitesse de rotation (Figure 1-12). Leurs travaux permettent d'établir le modèle de broche le plus abouti de la littérature.

En négligeant l'amortissement, l'équation différentielle du mouvement de l'arbre en rotation est la suivante :

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\Omega\mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K} - \Omega^2(\mathbf{M}_T - \mathbf{M}_R))\mathbf{q}(t) &= \{\mathbf{Q}(t) + \Omega^2(\mathbf{B})\} \\
\mathbf{M} &= \mathbf{M}_T + \mathbf{M}_R \\
\mathbf{K} &= \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_r
\end{aligned}
\tag{1.1}$$

dans laquelle  $\mathbf{q}$  est le vecteur des déplacements nodaux généralisé dans le repère de rotation,  $\Omega$  est la vitesse de rotation de broche ;  $\mathbf{M}$  est la matrice de masse,  $\mathbf{M}_T$  est la partie liée aux translations,  $\mathbf{M}_R$  est la partie liée aux rotations,  $\mathbf{K}$  est la matrice de rigidité,  $\mathbf{G}$  la matrice gyroscopique ;  $\mathbf{Q}(t)$  représente le vecteur des efforts extérieurs et  $\{\mathbf{B}\}$  le vecteur des forces de balourd.  $\mathbf{K}_s$  et  $\mathbf{K}_r$  sont respectivement les matrices de rigidité de l'arbre et des roulements.

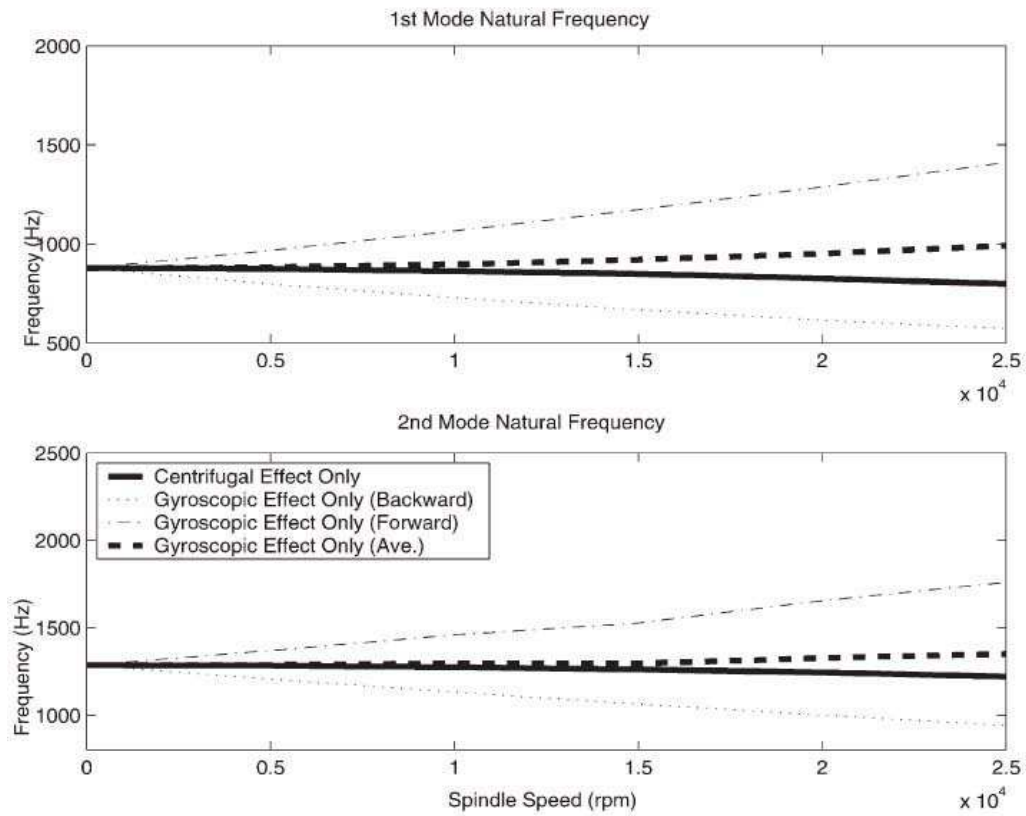


Figure 1-12 : Résultats numériques d'évolution des modes dûs aux effets gyroscopiques et centrifuges. Source [Lin et al 03].

La Figure 1-12 présente l'évolution des modes 1 et 2 de flexion en fonction de la vitesse de rotation de la broche. Les effets gyroscopiques et centrifuges se traduisent par l'apparition de mode de précession directe et inverse. Les résultats issus de leur modèle donnent une première indication sur les phénomènes dynamiques à prendre en compte pour une broche en rotation. La validation expérimentale n'est pas effectuée.

### ▪ Influence de la rigidité des roulements et de la précharge

L'analyse de l'influence de la précharge et de la rigidité des roulements sur le comportement vibratoire d'une broche de machine-outil a été proposée par *Wang et Chang* [Wang & Chang 94]. Pour ceci, la théorie des poutres de *Euler-Bernoulli* est utilisée. Les roulements sont modélisés par une matrice de rigidité et d'amortissement constante. Ils mettent en évidence, à-travers leurs expérimentations, l'influence de la précharge des roulements sur le comportement dynamique de la broche. En 1998, *Jorgensen & Shin* présentent la résolution du problème dynamique d'une broche à roulements par la méthode des coefficients d'influence des masses discrètes, associée à la théorie des poutres de *Timoshenko* [Jorgensen & Shin 98]. L'influence du comportement des roulements sur la rigidité dynamique de la broche en fonction de sa vitesse de rotation est analysée. Ils montrent un assouplissement de la rigidité globale du guidage de broche dû aux effets centrifuges dans les roulements. Un algorithme d'estimation de la précharge en fonctionnement basé sur une analyse vibratoire par accéléromètres et intégré à un modèle de broche est présenté [Spiewak & Nickel 01]. L'influence du réglage de la précharge initiale sur la réduction du niveau vibratoire d'une broche de rectification est présentée par *Alfares* [Alfares, Elsharkawy 03]. Leur analyse permet de déterminer le niveau de précharge à régler pour obtenir le niveau de qualité désiré sur la surface usinée.

### ▪ Influence des effets thermiques

Les premières broches UGV, dont la conception n'intégrait pas de dispositif d'absorption de la dilatation thermique, faisaient l'objet de ruptures récurrentes des paliers. La modélisation des effets thermiques et de leurs conséquences sur la tenue en service des broches a longtemps été un enjeu important, qui a fait l'objet de nombreux travaux. Le suivi en température des roulements et l'arrêt en rotation de la broche ont souvent été les seuls moyens de prévention de la rupture des paliers. Des solutions technologiques ont été, depuis, adoptées qui consistent à mettre en place des dispositifs

de maintien de l'effort de précharge dans les paliers. Certains travaux proposent aussi de contrôler le niveau de précharge instantanée par ajustement des conditions d'utilisation de la broche. Cette solution n'est pas retenue au niveau industriel du fait des contraintes trop importantes que cela induit sur le procédé d'usinage. *Stein et Tu* [Stein & Tu 96] ont montré qu'une régulation de précharge peut être réalisée par un contrôle minutieux de la température du fluide de refroidissement circulant dans le corps de broche. L'influence des effets thermiques sur les déformations d'un roulement et les conséquences sur leur comportement sont présentées [Jorgensen & Shin 97]. Un modèle de compréhension des phénomènes thermiques a été élaboré pour quantifier les sources de chaleur, les pertes de chaleur et les transferts thermiques au sein d'une broche motorisée et ce, sous l'influence de la vitesse de rotation et de la précharge des roulements [Bossmanns & Tu 99]. Leur modèle est capable de prédire l'augmentation de température d'une broche complète et de ses principaux composants. Ce modèle est repris pour modéliser le comportement thermo-dynamique d'une broche motorisée dans une plage de vitesse de rotation étendue (10000 à 25000 tr/mn) [Spiewak & Nickel 00]. Leur modèle est utilisé pour différencier quantitativement l'influence des paramètres dépendant des effets thermiques et dynamiques sur le comportement global de la broche. Ils montrent que la rigidité globale d'une broche est dépendante de la précharge initiale et de la précharge induite thermiquement sur les roulements ainsi que de la vitesse de broche.

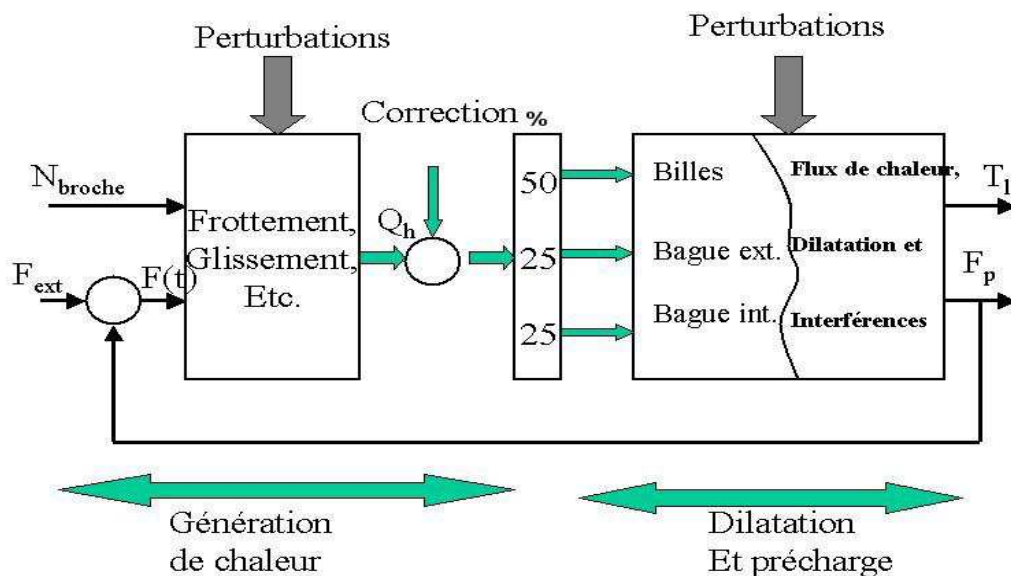


Figure 1-13 : Bloc-diagramme du modèle de précharge. Source [Spiewak & Nickel 00].



La modélisation des effets thermiques et de leurs incidences sur la précharge des roulements a été représentée comme un mécanisme en boucle fermée (Figure 1-13).

La quantité de chaleur dégagée par les roulements, notée  $Q_h$ , dépend des conditions de rotation de l'arbre de broche. Le modèle complet est composé de deux blocs. Le premier, appelé **génération de chaleur** est de nature empirique. Il possède deux entrées qui sont la rotation de la broche  $n$  et les efforts extérieurs  $F_{ext}$ . Seule la vitesse de broche est mesurable et contrôlable. La sortie est la quantité de chaleur générée au sein des contacts du roulement. La précision de ce premier bloc est faible en raison des fortes perturbations apportées par la lubrification, les efforts internes et les frottements dans les contacts de roulement. Le second bloc se réfère à la **dilatation et précharge** et s'appuie sur des relations analytiques. Les sorties du modèle sont la précharge estimée  $F_p$  et la température  $T_l$  à l'interface roulement-logement.

*C. Lin et al.* [Lin et al 03] présentent par le biais de leur modèle thermodynamique, les phénomènes de précharge induite thermiquement et leurs conséquences sur le comportement dynamique d'une broche.

#### 4.2.2 Modélisation par identification expérimentale

L'identification du comportement dynamique d'une électrobroche UGV est généralement obtenue à la suite d'une analyse modale expérimentale. La procédure, couramment utilisée dans l'industrie, consiste à mesurer la fonction de réponse en fréquence en bout d'outil d'une broche non tournante, pour ensuite identifier un modèle. Les capteurs, de type accélérométrique, sont placés en bout d'outil et l'excitation est obtenue par choc au marteau. (Figure 1-14).

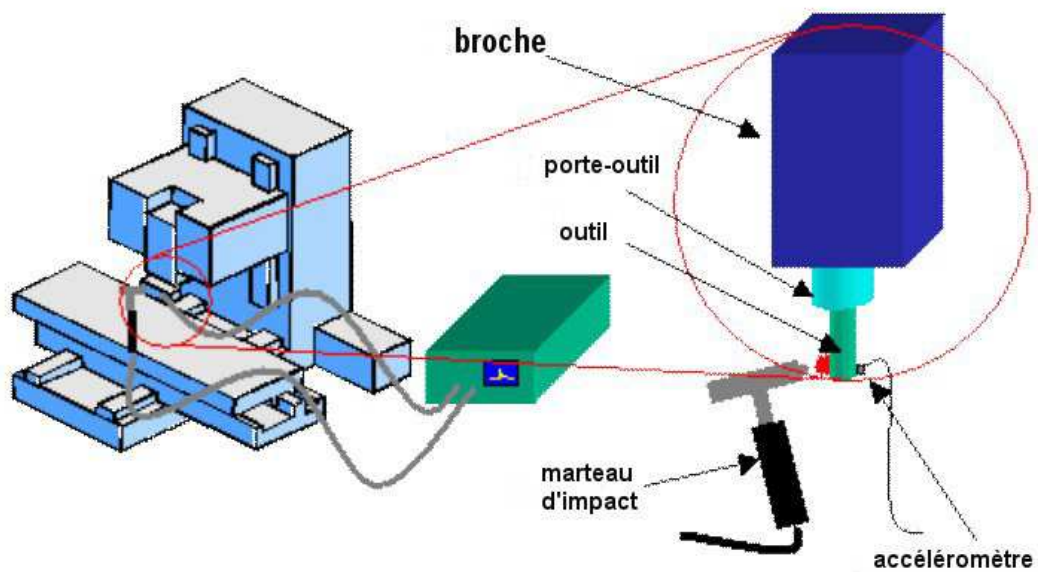


Figure 1-14 : Configuration d'essai

Le modèle identifié permet d'obtenir les caractéristiques modales de la broche à l'arrêt. Cette procédure expérimentale d'identification des propriétés modales de la broche à l'arrêt est généralement exploitée à des fins de prédiction des conditions de stabilité de la broche en usinage.

Cette procédure, bien que couramment utilisée, ne permet pas de caractériser les propriétés dynamiques de la broche en rotation. L'hypothèse, sous-jacente à cette approche, est que le comportement dynamique de broche ne varie pas ou très peu en fonction de sa vitesse de rotation. Aux vitesses de rotation de broches conventionnelles ( $< 5000$  tr/mn) cette dépendance peut être ignorée sans trop d'approximation et la réponse du système peut être considérée identique à celle du système à l'arrêt. Au-delà de ces vitesses de rotation les effets dynamiques deviennent plus prononcés et les propriétés dynamiques du système usinant ne peuvent plus être caractérisées avec précision par cette procédure.

Les approches expérimentales proposées par *T.L. Schmitz* [Schmitz & al. 04] et *R.P. Faassen* [Faassen & al 03] ont pour objectif d'identifier la fonction de transfert de la broche en bout d'outil prenant en compte la dépendance en vitesse de rotation du comportement dynamique. Elles permettent de caractériser des Fonctions de Réponse en

Fréquence (FRF) de broche tournante autour de régime de rotation constant. Dans l'approche de *T.L. Schmitz* la mesure de FRF est réalisée par capteur inductif sans contact suite à une excitation impulsionnelle résultant d'un choc au marteau (Figure 1-15). Ce type d'excitation a l'avantage d'être facile à mettre en œuvre mais présente les inconvénients suivants : L'amplitude et la direction de l'impact ne sont pas aisément répétables, ils induisent des composantes d'impact tangentielle incontrôlables. Ce type d'excitation est répertorié comme une excitation large bande possédant un rapport signal/bruit important.

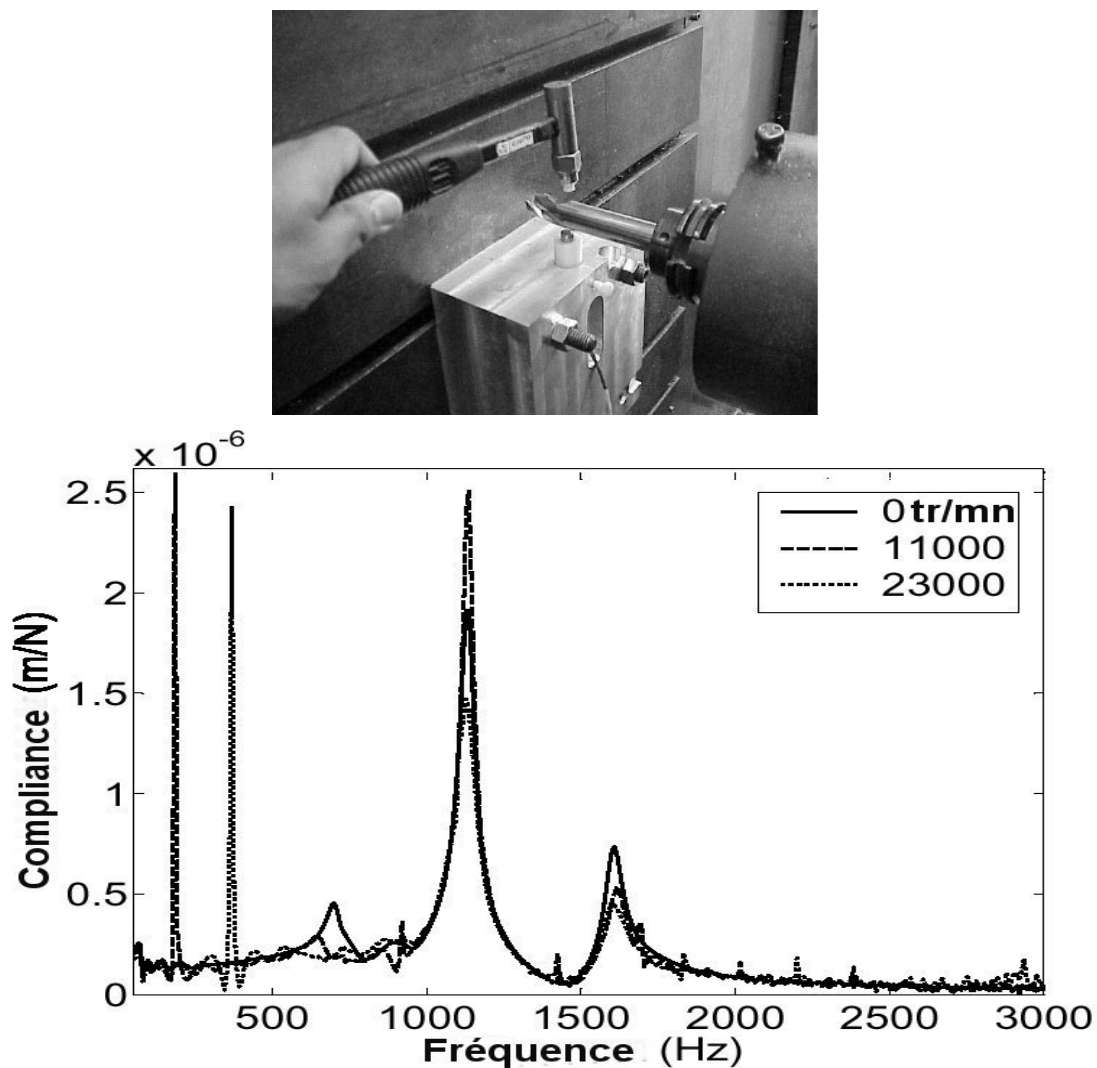


Figure 1-15 : Configuration d'essai de FRF sur broche tournante et comparaison de FRF mesurée à 0, 11000 et 23000 tr/mn. [T.L. Schmitz]

Les résultats montrent une variation d'amplitude des modes de vibration en fonction de la vitesse de broche consécutive à l'évolution de la rigidité dynamique de la broche en fonction de sa vitesse de rotation.

L'approche de *Faassen* [Faassen & al 03] consiste aussi à identifier le comportement dynamique de l'ensemble broche/porte-outil/outil sur la base de tests d'impact en bout d'outil (Figure 1-16). Leur modèle d'identification se distingue des modèles linéaires 1DDL ou 2DDL (masse-ressort-amortisseur) du second ordre de la littérature pour décrire le comportement dynamique en bout d'outil d'une broche. Un modèle d'identification d'ordre supérieur est utilisé pour décrire plus précisément la dynamique en bout d'outil.

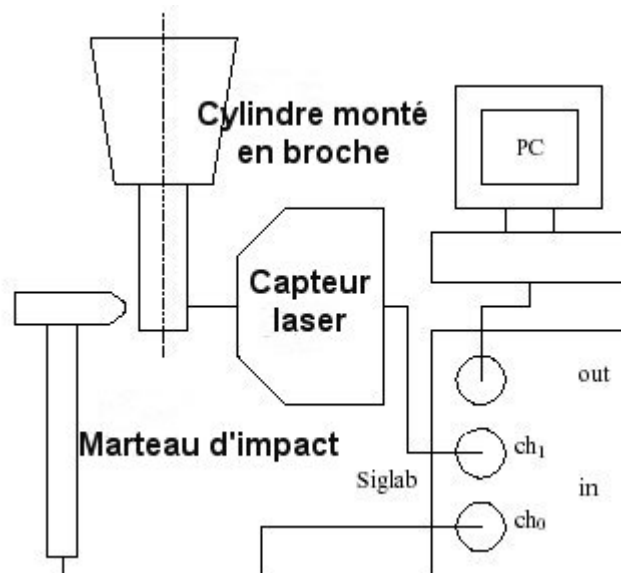


Figure 1-16 : Configuration d'essai de mesure de FRF, broche tournante à 0, 10000 et 20000 tr/mn. [Faassen & al 03]

Le déplacement de l'outil dans les directions radiales est mesuré par un capteur laser (LTS 15/3). La valeur absolue de la fonction de transfert mesurée en bout d'outil est représentée à différentes vitesses (Figure 1-17). Les résultats montrent un assouplissement de la broche dû aux effets gyroscopiques à mesure que la vitesse augmente.

La cartographie complète de l'évolution des modes en fonction de la vitesse de rotation de la broche est une procédure expérimentale longue et coûteuse puisqu'elle immobilise le moyen de production.

Il est intéressant, à ce stade de l'étude, d'observer que les résultats issus de cette caractérisation expérimentale ne sont pas similaires à ceux connus dans la théorie de la dynamique des rotors. En particulier, l'évolution de la valeur des modes de flexion en fonction de la vitesse de rotation en mode de précession directe et inverse n'est pas observée. La procédure expérimentale de caractérisation modale d'un arbre tournant par impact au marteau ne semble pas adaptée à l'obtention d'informations fiables.

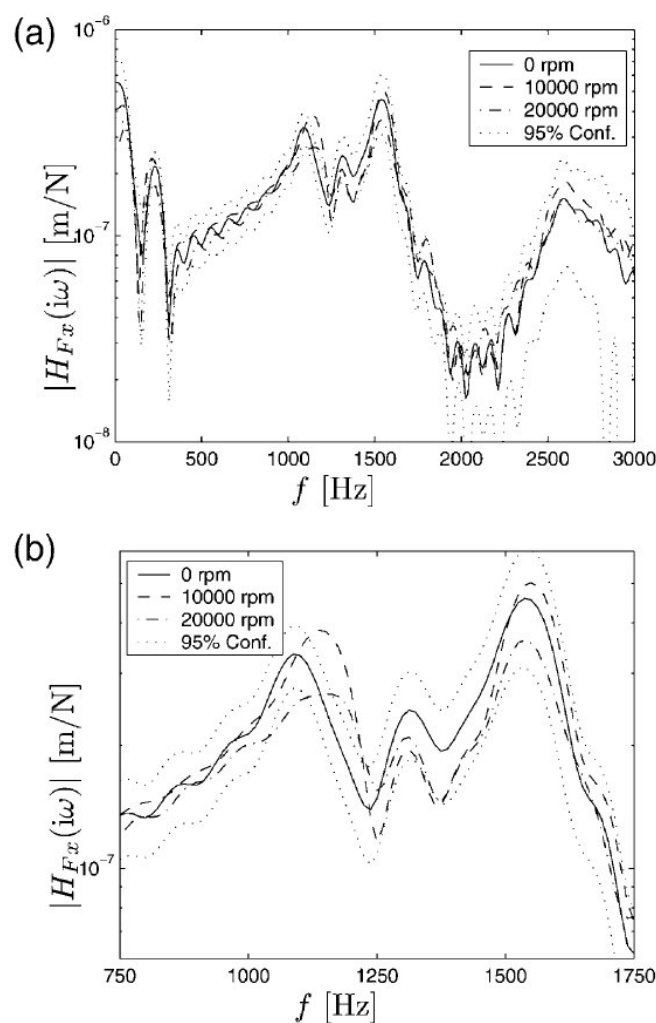


Figure 1-17 : FRF mesurées à 0, 10000 et 20000 tr/mn. [Faassen & al 03].

### 4.3 Synthèse

Les approches utilisées pour modéliser le comportement dynamique des broches sont de deux types :

Les méthodes par éléments finis, qui permettent l'obtention d'un modèle dynamique de prédiction sur lequel différentes analyses qualitatives de sensibilité des paramètres peuvent être établies. La théorie de la dynamique des rotors appliquée aux électrobroches UGV laisse envisager des variations significatives de comportement dynamique en fonction de la vitesse de rotation. Les travaux de *Lin* permettent de valider cette hypothèse [Lin et al 03]. Des travaux complémentaires sont, cependant, nécessaires afin de valider expérimentalement ces résultats. La prise en compte de ces propriétés dans un modèle dynamique de broche semble, à ce stade, nécessaire pour garantir des prédictions de comportement précises.

Les méthodes d'identification du comportement dynamique de broche, qui présentent l'intérêt de modéliser, au plus près, la fonction de transfert en bout d'outil d'une configuration broche-outil donnée. Cependant, les procédures expérimentales présentées semblent peu appropriées à l'obtention de mesures fiables des propriétés dynamiques d'un arbre tournant. On note, en particulier, qu'aucune corrélation ne peut être établie entre les résultats obtenus par caractérisation expérimentale et par ceux de la dynamique des rotors. Les perspectives de développement de cette approche résident dans l'amélioration des techniques de caractérisation expérimentale des broches tournantes sous excitation d'usinage.

## 5 Conclusion et objectifs des travaux de thèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'UGV ainsi que les exigences en terme de performances que ce procédé de fabrication exige. Nous avons également présenté les principales caractéristiques des électrobroches à roulements qui équipent principalement les machines UGV. La maîtrise du comportement dynamique des électrobroches UGV, qui accompagne les gains en performances et vitesses de ces systèmes, est devenue cruciale pour leur bonne utilisation et intégration industrielle.

Une analyse bibliographique des travaux relatifs à la modélisation du comportement dynamique des broches a été réalisée. Les intérêts et les lacunes des

différentes approches proposées ont été mis en évidence. Ainsi, les travaux présentés dans ce mémoire s'inscrivent dans l'objectif d'améliorer la connaissance du comportement dynamique des électrobroches en condition d'usinage. Ils sont conduits suivant deux voies complémentaires.

La première voie consiste à modéliser par une approche éléments finis le comportement dynamique des électrobroches en rotation. Le modèle développé doit traduire la « réalité physique » de la broche et permettre d'observer les phénomènes vibratoires au niveau des composants de broche qui résultent des sources d'excitations en usinage. Il s'agit donc de développer un **modèle de connaissance** d'électrobroche. Ce modèle doit pouvoir être utilisé à des fins de prédiction de comportement. Une meilleure maîtrise des conditions d'utilisation des électrobroches nous permet raisonnablement d'envisager des gains au niveau de la durée de vie de l'ensemble broche-outil. Les défaillances de composants de broche ou l'usure prématurée des outils observées dans certaines applications pourront être expliquées. De plus, les conditions de stabilité des opérations d'usinage doivent être affinées et des gains sont aussi envisagés au niveau de la productivité et de la qualité des opérations d'usinage. Le champ d'étude est restreint aux phénomènes vibratoires liés à la dynamique de l'ensemble broche-outil et de ses interactions avec une pièce d'usinage infiniment rigide.

La seconde voie consiste à caractériser expérimentalement et à identifier les propriétés dynamiques des broches en rotation. Les modèles identifiés constituent alors une référence pour recalibrer les modèles éléments finis et valider les résultats numériques obtenus. Cette approche nécessite la conception de nouvelles techniques d'expérimentation et/ou d'identification afin d'extraire les propriétés des broches en rotation. Ces procédures de caractérisation expérimentale doivent être robustes pour ne pas être perturbées par les conditions environnementales (lubrification, copeaux, bruits, accessibilité) liées à l'environnement industriel. Elles doivent, de plus, être simples à mettre en oeuvre afin de minimiser les temps d'immobilisation machine.

Les résultats obtenus doivent permettre l'analyse d'applications industrielles. Dans cet objectif, le développement d'un logiciel industriel de modélisation et d'analyse de broche est nécessaire. Ce logiciel doit constituer un outil d'aide au choix ou à la conception des ensembles électrobroches – outil pour un processus d'usinage considéré. Il doit, de plus, permettre de maîtriser les conditions d'exploitation de cet ensemble afin

de garantir en usinage à la fois la tenue en service de l'équipement, la productivité et la qualité de l'opération d'usinage considérée.





# Chapitre 2 : DEMARCHE D'ELABORATION D'UN MODELE GLOBAL D'ELECTROBROCHE UGV

---

## 1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de présenter la démarche d'élaboration d'un modèle global d'électrobroche UGV. Cette démarche est basée sur l'identification de la contribution des entités élémentaires de structure d'une broche dans le comportement dynamique global. Pour cela, une modélisation éléments finis couplée à une identification modale expérimentale est conduite sur les différentes entités d'une électrobroche préalablement démontée. Le modèle global de broche est ensuite élaboré par assemblage des modèles éléments finis représentatifs de ces entités élémentaires.

Les travaux, présentés dans ce chapitre, permettent d'établir les hypothèses et les choix de modélisation nécessaires à l'élaboration d'un modèle dynamique global d'électrobroche. La réalisation d'un modèle de connaissance représentatif de la « réalité physique » d'une électrobroche nécessite une approche « transversale » de synthèse de travaux de recherche réalisés dans différents domaines :

- modélisation structurale des pièces,
- analyse modale expérimentale,
- identification modale,
- recalage de modèle,...

La première partie de ce chapitre présente la démarche de modélisation appliquée aux entités élémentaires de structure d'une électrobroche. L'objectif de ce travail est de caractériser les éléments structuraux de la broche individuellement afin d'analyser leur contribution dans le comportement dynamique global. Pour cela, une modélisation éléments finis couplée à une identification modale expérimentale est conduite sur les différentes entités d'une électrobroche préalablement démontée. A l'issue de cette partie, les éléments structuraux dont le comportement dynamique a été identifié et qui participent significativement au comportement dynamique global de l'électrobroche sont retenus pour être intégrés au modèle dynamique global de la broche. Le choix d'un type d'élément fini est réalisé, sur la base des résultats expérimentaux obtenus, pour générer les modèles éléments finis.

La seconde partie présente l'intégration et l'articulation dans le modèle dynamique global de broche des modèles d'éléments structuraux retenus à l'issue de la première partie. Le modèle global est assemblé sous Matlab®.

Une procédure de recalage du modèle global de la broche est élaborée. Elle est basée sur l'exploitation et la corrélation des fonctions de réponse en fréquence expérimentale et numérique d'une broche non tournante au point représentatif du bout d'outil. Ce point caractéristique est pratiquement toujours accessible dans un environnement industriel. La mesure vibratoire de ce point constitue l'information référence du comportement du couple broche-outil. Le modèle, une fois recalé, peut être exploité en simulation sous des conditions d'excitations représentatives des conditions réelles en usinage.

## 2 Démarche proposée d'élaboration du modèle dynamique

### 2.1 Entités structurales d'une broche

Une analyse technologique permet d'identifier les éléments structuraux pouvant contribuer au comportement dynamique global de la broche. Ces éléments de structure ou entités structurales sont :

- le corps de broche,
- l'ensemble rotor constitué de l'outil, du porte-outil et de la tige du serre-  
d'outil
- le palier arrière constitué d'un boîtier de deux roulements.

Ces entités structurales et leurs connections sont représentées sur la Figure 2-1.

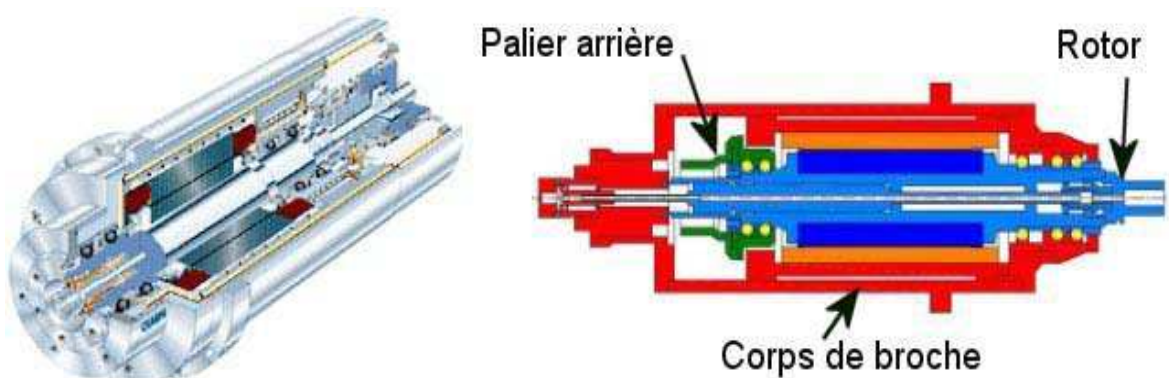


Figure 2-1 : Schéma technologique d'une broche UGV

Le rotor est guidé en rotation par l'intermédiaire d'un palier avant et d'un palier arrière constitués respectivement de trois et de deux roulements hybrides. Le palier arrière est en liaison avec le corps de broche par l'intermédiaire d'une douille à billes.

## 2.2 Démarche de modélisation

La démarche retenue pour élaborer le modèle numérique global d'une électrobroche UGV s'articule en deux étapes :

- Dans un premier temps, chaque entité structurale est isolée du reste du système pour être caractériser expérimentalement. Le comportement dynamique de cette entité est identifié.

Conjointement à cette caractérisation expérimentale, un modèle de connaissance par éléments finis de cette entité est élaboré à l'aide du logiciel ansys® puis recalé sur la base des résultats expérimentaux obtenus.

- La seconde étape consiste à assembler ces modèles élémentaires par le biais des modèles de liaison dans un modèle global de broche. Le comportement global apparaît alors comme un couplage des modèles élémentaires des entités et des liaisons qui les relient.

L'approche retenue est présentée (Figure 2-2). Elle doit permettre de valider la pertinence des modèles éléments finis élaborés pour les différentes entités de la broche. Elle doit, de plus, permettre de localiser les principales sources d'erreur de modélisation qui nécessiteront des corrections par recalage des modèles.

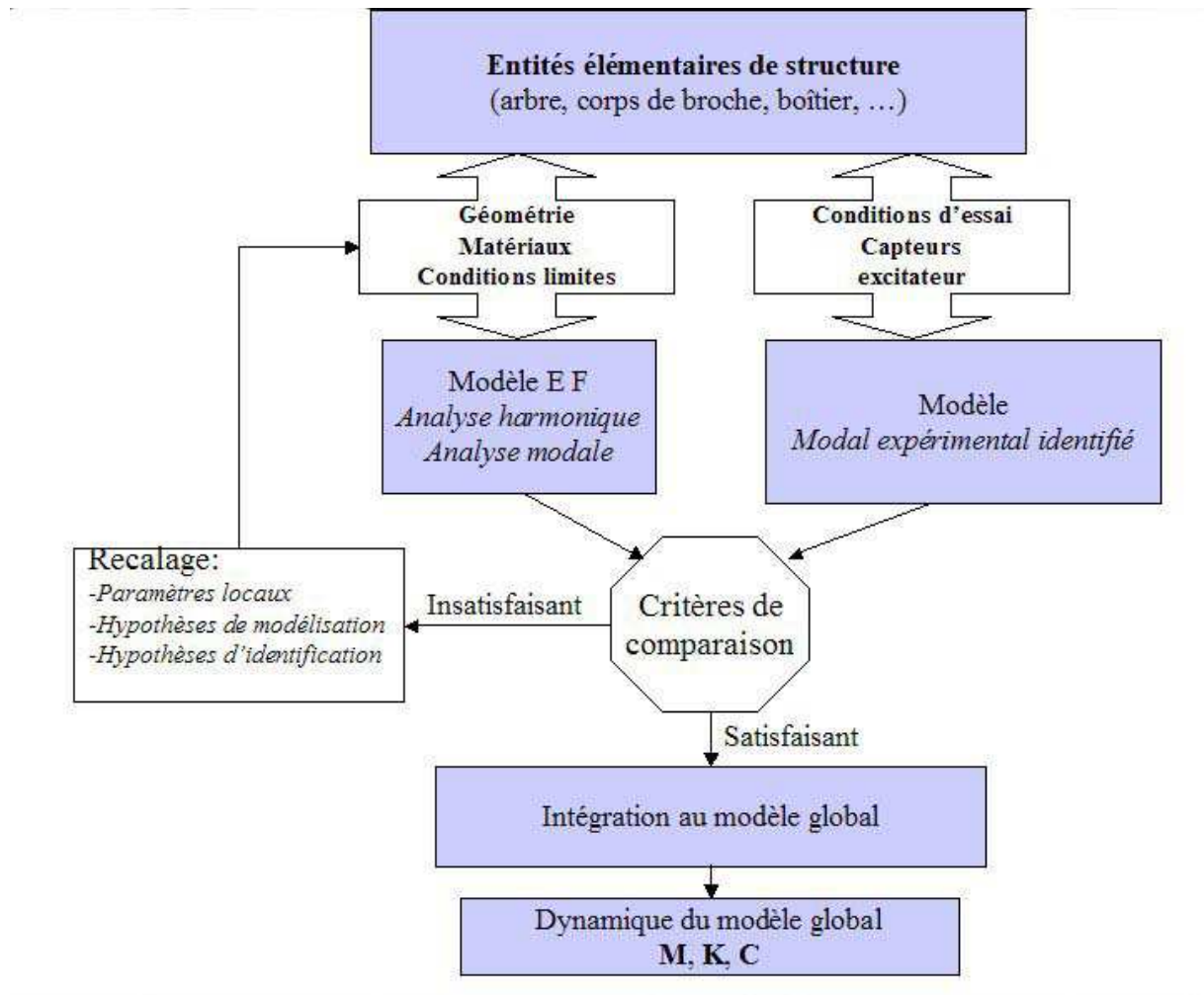


Figure 2-2 : Démarche de modélisation des entités structurales de la broche

L'élaboration du modèle dynamique de la broche à l'arrêt est réalisée selon une démarche « pas à pas ». Partant de l'entité structurale rotor, le modèle est assemblé et enrichi par intégration progressive des modèles des autres entités tel que l'ensemble corps de broche, palier arrière et des modèles de liaisons comme les paliers à roulements.

### 2.2.1 Modélisation par éléments finis

L'objectif de cette partie est d'élaborer les modèles éléments finis des entités structurales de la broche. Les analyses sont menées avec le logiciel Ansys®. Deux types d'éléments finis, le PIPE 16 et le SOLID 45 choisis sur la base de leurs propriétés mécaniques, sont évalués pour modéliser le comportement dynamique des entités. Le

choix du modèle numérique le mieux adapté est ensuite réalisé en évaluant sa précision par rapport aux résultats issus du modèle d'identification expérimentale.

- **Description de l'élément poutre « PIPE16 »**

Le PIPE16 (Figure 2-3) est un élément uniaxial capable de se déformer en traction / compression, en torsion, et en flexion. L'élément possède six degrés de liberté sur les deux nœuds constitués par ses extrémités : translations dans les directions  $x$ ,  $y$ , et  $z$ , et rotations autour des axes  $x$ ,  $y$ , et  $z$ . C'est un élément poutre tridimensionnel [Ansys 04].

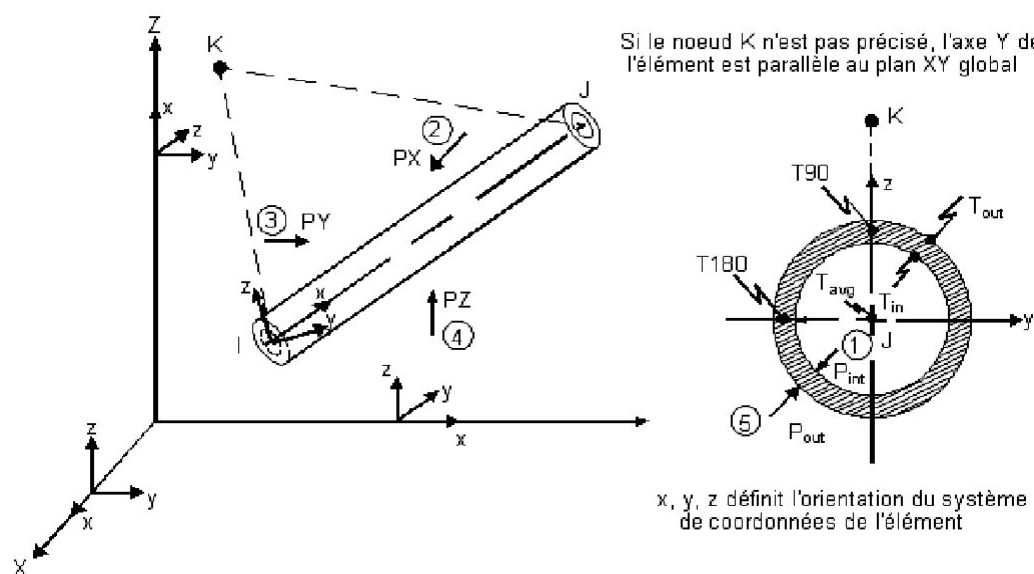


Figure 2-3 : Description de l'élément PIPE 16

- **Description de l'élément « SOLID 45 »**

L'élément SOLID 45 (Figure 2-4) est employé pour la modélisation tridimensionnelle des structures. Il est défini par huit nœuds, chacun d'entre eux possède trois degrés de liberté correspondant aux translations dans les directions  $x$ ,  $y$ , et  $z$ . L'élément est utilisé pour des problèmes faisant intervenir la plasticité, le fluage, le gonflement, le raidissement à l'effort, la déflexion forte, et les grandes déformations [Ansys 04].

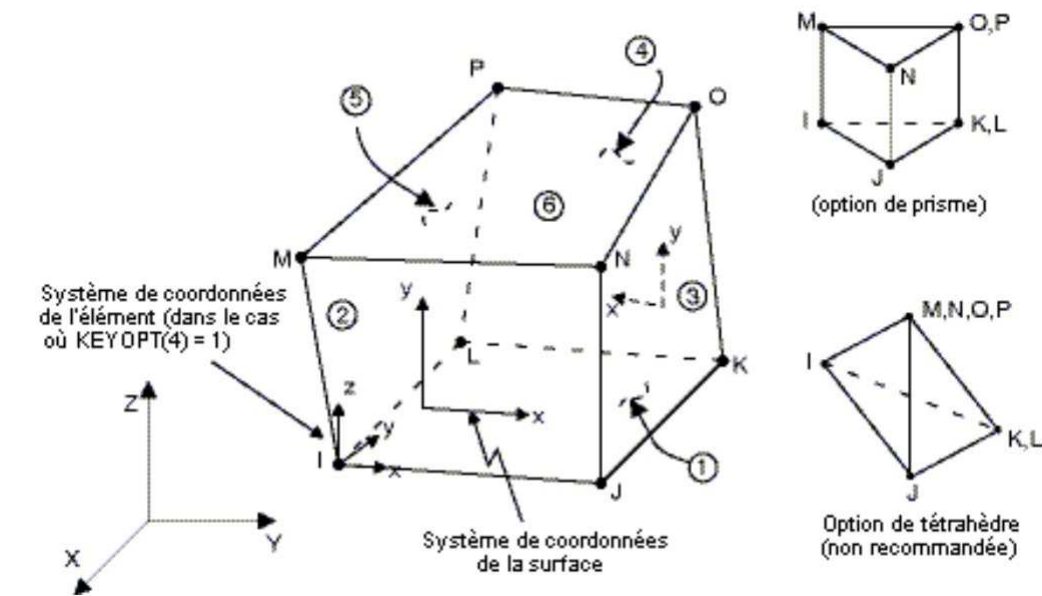


Figure 2-4 : Description de l'élément SOLID 45

L'élément SOLID 45 permet une description fine 3D de la géométrie de la broche. Le nombre d'éléments nécessaire au maillage des pièces est cependant beaucoup plus important que le modèle précédent et induit une augmentation des coûts de calcul. Ainsi, l'arbre de broche peut être décrit par 300 à 400 éléments « tube » et 23000 à 24000 éléments « solide ». L'analyse modale appliquée à ces modèles nécessite respectivement quelques secondes à une heure de calcul. Les gains obtenus sur la qualité de la description géométrique des entités doivent être évalués en terme de précision sur les résultats modaux.

### 2.2.2 Identification du comportement dynamique

La caractérisation des entités structurales de l'électrobroche est réalisée par analyse modale expérimentale. Le chargement appliqué lors de cette caractérisation ne reproduit pas les conditions de fonctionnement réelles de l'électrobroche (on teste une broche non tournante pour s'assurer qu'il n'y aura pas de vibrations en usinage, etc.). Il faut donc créer un modèle d'identification permettant des extrapolations à d'autres cas de chargement.



La plupart des techniques d'analyse modale expérimentale requièrent une mesure précise de l'excitation appliquée. Dans le cas d'une broche en usinage, cette dernière est générée au contact outil/pièce et ne peut être mesurée directement. Les méthodes de calculs analytiques et numériques d'analyse modale utilisent les modes propres « à l'arrêt » pour obtenir la réponse dynamique du système à une excitation donnée. Il est donc logique de réaliser en premier lieu des essais d'excitation au marteau d'impact sur la broche à l'arrêt afin de valider les résultats modaux issus des modèles numériques. L'excitation est alors connue mais ne correspond pas à la réalité en fonctionnement.

Les résultats expérimentaux sont exploités pour déterminer les propriétés modales des entités. L'identification est utilisée ici pour caractériser un modèle paramétrique (modèle d'état, fraction polynomiale, pôles/modes complexe ou modes normaux/amortissement) à partir de mesures de la réponse dynamique de la structure. Une synthèse bibliographique des aspects relatifs à l'analyse modale expérimentale d'une part et aux techniques d'identification modale d'autre part est présentée respectivement dans les annexes 1 et 2 de ce mémoire.

## Méthode d'identification retenue

L'identification des paramètres modaux est réalisée à partir d'un modèle paramétrique basé sur les hypothèses d'amortissement proportionnel. La méthode employée (Figure 2-5) repose sur une estimation graphique initiale des fréquences propres et des facteurs d'amortissement, associée à une technique d'approximation de courbes d'un modèle MDOF pour déterminer les déformées modales. Une boucle d'optimisation est utilisée pour affiner les paramètres modaux en minimisant l'écart entre les Fonctions de Réponses en Fréquence (FRF) mesurées et les FRF du modèle paramétrique (méthode des moindres carrés). La démarche d'estimation des paramètres modaux est établie à partir des FRF  $H_{ij}$  mesurées. Les  $H_{ij}$  forment une matrice  $\mathbf{H}$  carrée de  $(nb_{noeuds} \times nb_{noeuds})$  termes.

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{k=1}^{nb_{modes}} G_k(\omega) \times \psi_{ik} \times \psi_{jk} \quad (2.1)$$

$$G_k(\omega) = \frac{1}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2j\eta_k\omega_k\omega}$$

$\omega_k$ ,  $\eta_k$  et  $\psi_{ik}$  représente respectivement la pulsation propre, le facteur d'amortissement et le résidu  $i$  du mode  $k$ . Les paramètres modaux sont déterminés à la suite d'une procédure d'optimisation (Figure 2-5) qui minimise la distance au carré entre les  $n$  courbes de FRF expérimentales et celles du modèle. Lorsque l'écart devient inférieur à un seuil  $\varepsilon$ , l'algorithme fournit les paramètres  $\omega_k$ ,  $\eta_k$ , et les vecteurs représentatifs des déformées modales  $\Psi_k$  optimisés.

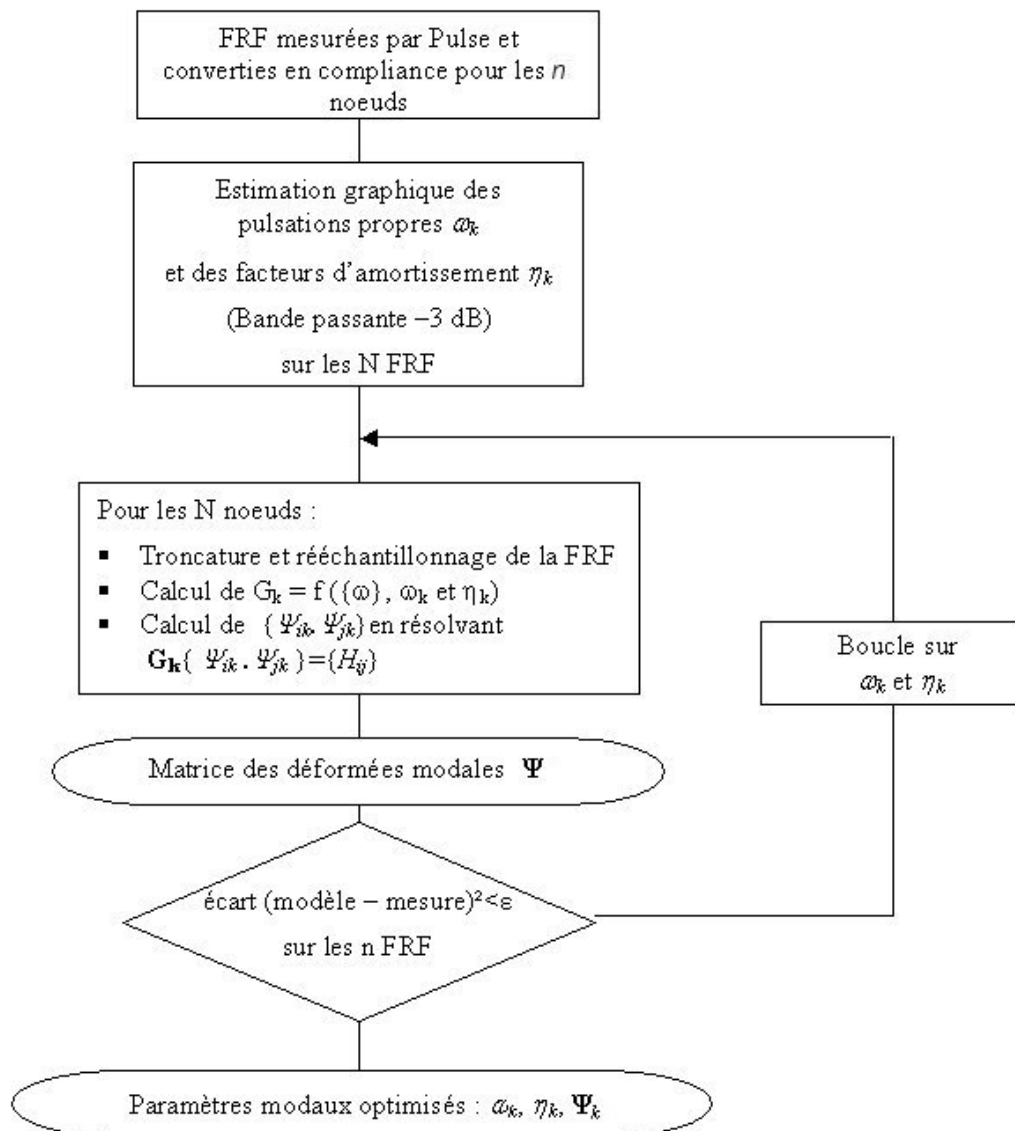


Figure 2-5 : Algorithme d'identification et d'optimisation des paramètres modaux

### 2.2.3 Recalage de modèle

Les entités structurales de la broche sont modélisées par éléments finis sur la base d'une description géométrique et matérielle simplifiée. L'identification de leur comportement dynamique intervient alors comme un complément permettant d'évaluer certaines caractéristiques dynamiques non accessibles par calculs. Le recalage des modèles consiste à corriger certaines approximations ou incertitudes de leur description initiale afin de faire correspondre les résultats des modèles éléments finis et identifiés.

Le recalage des modèles dynamiques est généralement réalisé par comparaison des caractéristiques telles que les fréquences propres, les facteurs d'amortissement et les déformées modales. Ces caractéristiques sont extraites des fonctions de réponses en fréquence (Figure 2-6). Cette comparaison nécessite la définition de critères permettant de quantifier l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux. En dynamique, parmi les critères de comparaison de données modales les plus usuels, on peut citer :

- fréquences, amortissement et déformées modales,
- matrice de MAC (Modal Assurance Criterion),
- distributions des énergies modales.

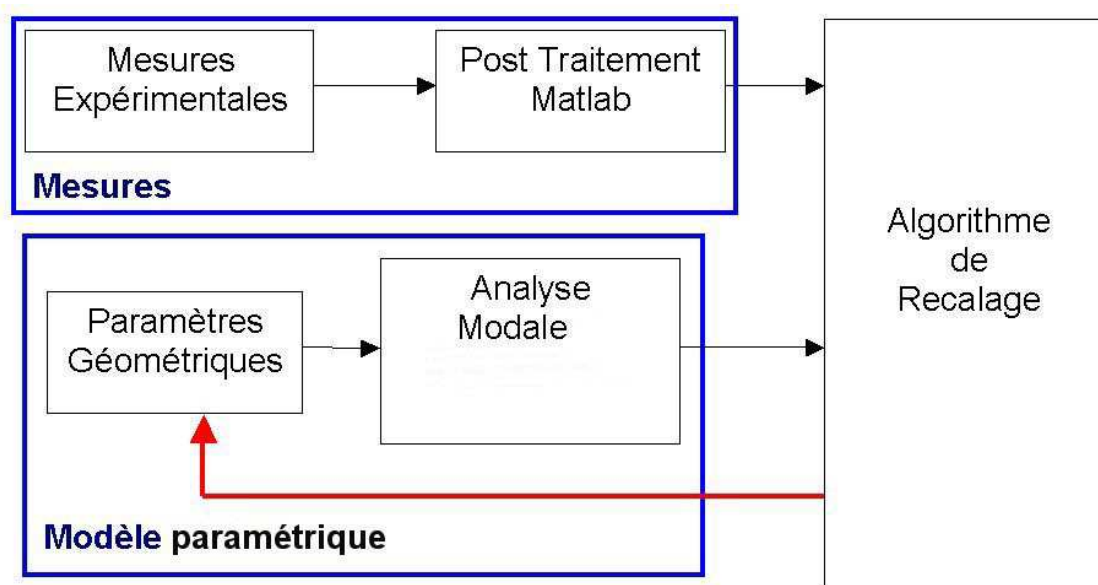


Figure 2-6 : Recalage du modèle numérique

La procédure de recalage est appliquée à chaque modèle d'entité structurale de la broche afin de juger de la pertinence des modèles éléments finis générés.

### 3 Application à l'entité rotor

Cette partie présente l'application à l'entité rotor de l'approche retenue pour modéliser, identifier et recaler le modèle de comportement. Les travaux et résultats relatifs à la modélisation des autres entités structurales de la broche sont présentés en annexe 3.

#### 3.1 Modèle éléments finis de l'entité rotor

La modélisation éléments finis nécessite de réaliser des simplifications géométriques de l'entité rotor constituée de l'arbre, du serre-d'outil, de la partie rotorique et du porte-outil afin de limiter la taille du maillage. Ces simplifications sont faites en veillant à conserver une masse totale proche de celle de la structure réelle et à conserver les moments d'inertie et la position du centre de gravité identique à la réalité (Figure 2-7).

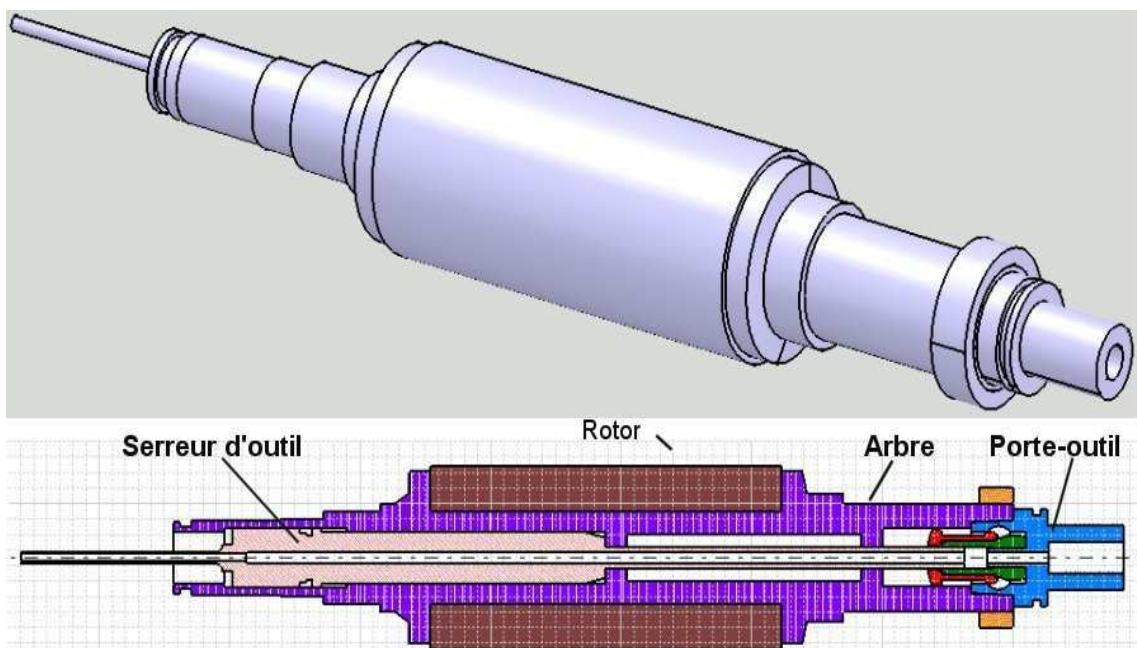


Figure 2-7 : Constitution et représentation géométrique de l'entité rotor (CATIA V6)

Chaque section du modèle PIPE 16 (Figure 2-8) est constituée d'un assemblage de tubes imbriqués les uns dans les autres constitués de matériaux différents. Par exemple, la zone 1 représente l'assemblage du tube représentatif de l'arbre en acier et du tube représentatif du dispositif du serre-rouleau d'outil. La zone 2 représente l'assemblage des tubes représentatifs de la partie rotorique, de l'arbre de broche et de la partie relative au serre-rouleau d'outil.

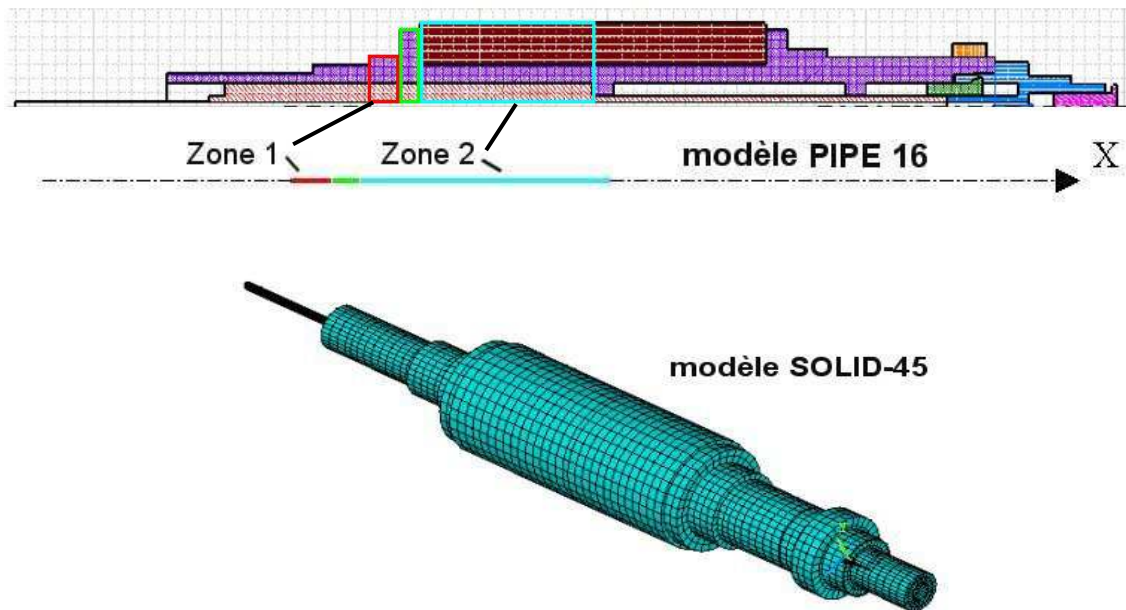


Figure 2-8 : Modèle PIPE et SOLID de l'entité rotor sous Ansys®.

### 3.2 Identification modale de l'entité rotor

La Figure 2-9 représente l'élément en configuration d'essai. Les positions des accéléromètres sont indiquées le long de l'élément et les courbes de fonctions de réponse en fréquence mesurées aux différentes positions.

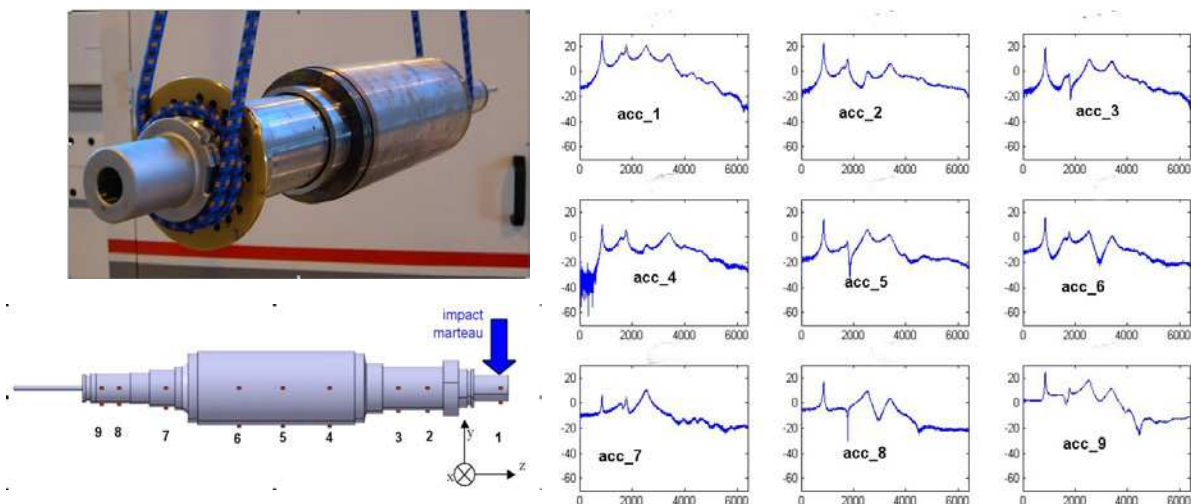


Figure 2-9 : Configuration d'essais et courbes des fonctions de réponses en fréquence de l'entité rotor.

Après lissage des fonctions de réponses en fréquence par le modèle d'identification, on distingue cinq modes de flexion (Figure 2-10).

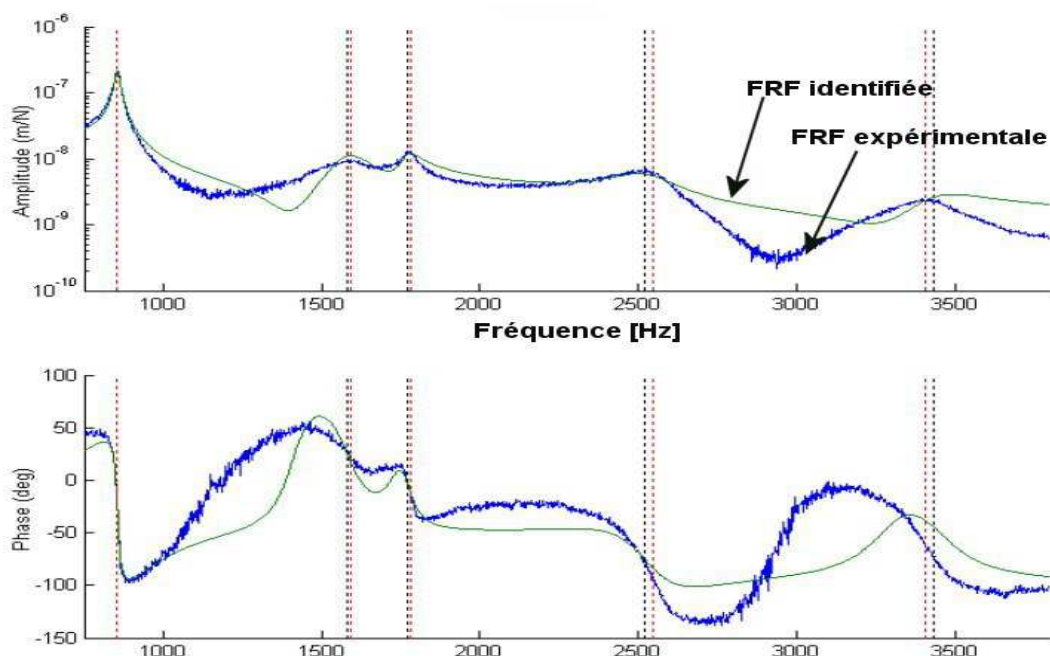


Figure 2-10 : FRF expérimentale et lissée par le modèle identifié.

Les critères quadratiques et logarithmiques de corrélation des FRF identifiées et expérimentales [Balmes & Leclerc 03] en sortie de la boucle d'optimisation sont respectivement inférieurs à  $10^{-15}$  et 0.07 sur l'ensemble des modes identifiés (Figure 2-11). Cela permet de valider les hypothèses d'amortissement proportionnel et de modes découplés du modèle paramétrique.

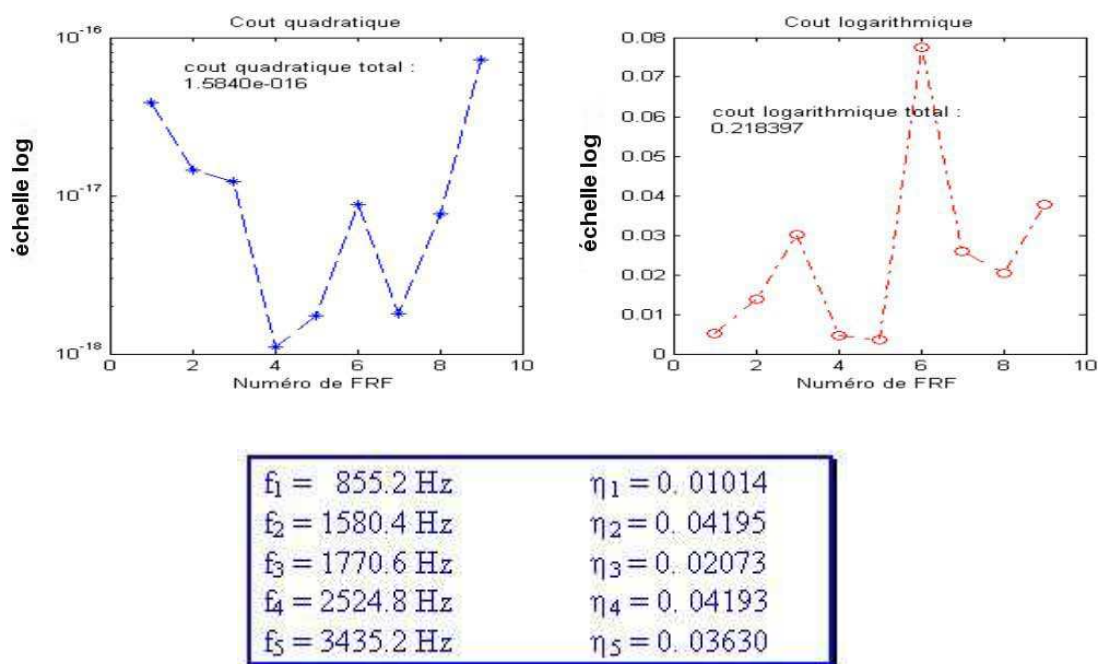


Figure 2-11 : Critères d'erreur et résultats modaux identifiés.

### 3.3 Intégration essais / éléments finis et recalage du modèle

La comparaison des propriétés modales du modèle éléments finis et du modèle identifié nécessite au préalable, le réglage de certaines inconnues du modèle numérique. La partie tournante de la broche est composée de cinq sous-ensembles présentant des propriétés mécaniques différentes. On distingue l'arbre de broche, le porte-outil, la partie rotorique sertie sur l'arbre, le système interne de serrage du porte-outil dans l'arbre et l'outil (Figure 2-7).

Le serre-outil est un piston élancé contenant des rondelles Belleville pour assurer le serrage du porte-outil dans l'arbre de broche. Le rotor est constitué d'empilement de feuilles de métal. Les paramètres mécaniques homogénéisés de ces zones tels que la masse volumique, le module d'Young équivalent ou encore le coefficient de poisson  $\nu$

sont difficilement évaluables. Ils constituent donc les paramètres privilégiés à régler lors de la procédure de recalage du modèle.

Les variables du problème sont au nombre de six : la masse volumique  $\rho$ , le module d'Young  $E$  et le coefficient de poisson  $\nu$  des deux zones considérées.

A l'issue de la procédure de recalage les écarts fréquentiels entre les modes du modèle numérique et du modèle issu de l'identification expérimentale sont présentés (Tableau 2-1).

Modèle identifié		Modèle numérique PIPE 16		Modèle numérique SOLID 45	
Fréquence (Hz)	Mode	Fréquence (Hz)	Ecart %	Fréquence (Hz)	Ecart %
855.2	Flexion ordre 1	869.3	1.6	862.7	0.8
1580.4	Flexion ordre 2	1674.6	5.9	1667	5.5
1770.6	Flexion ordre 2	1831.7	3.4	1833	3.9
2524.8	Flexion ordre 3	2690.8	6.5	2755.3	9.1
3435.2	Flexion ordre 4	3924	14.2	4104.9	19.5
3700	Traction-Comp	3740	1.1	3792	2.5

Tableau 2-1 : Analyse modale comparative des différents modèles

- Modèle « PIPE 16 »

Le premier mode de flexion est recalé à 1.6% d'écart. Les trois premiers modes de flexion sont recalés à moins de 6 %. Le mode de traction-compression est recalé à 1.1% près.



Le modèle poutre permet de simuler de façon satisfaisante le comportement de l'entité rotor.

- Modèle « SOLID 45 »

Le premier mode de flexion est recalé à moins de 1% d'écart. Les trois premiers modes de flexion sont recalés à moins de 10%. Le mode de traction-compression est recalé à 2.5% près. Le recalage peut être considéré comme satisfaisant.

Le modèle SOLID 45, malgré sa finesse géométrique, n'apporte pas de gain en précision par rapport au modèle poutre sur l'évaluation des modes propres du système à l'arrêt.

La comparaison des déformées modales du modèle numérique et du modèle identifié expérimentalement nécessite de calculer les FRF aux nœuds du maillage correspondant aux nœuds expérimentaux d'emplacement des accéléromètres. La Figure 2-12 ci-contre représente les résultats comparés des modes de flexion du modèle PIPE 16 par rapport à ceux du modèle identifié.

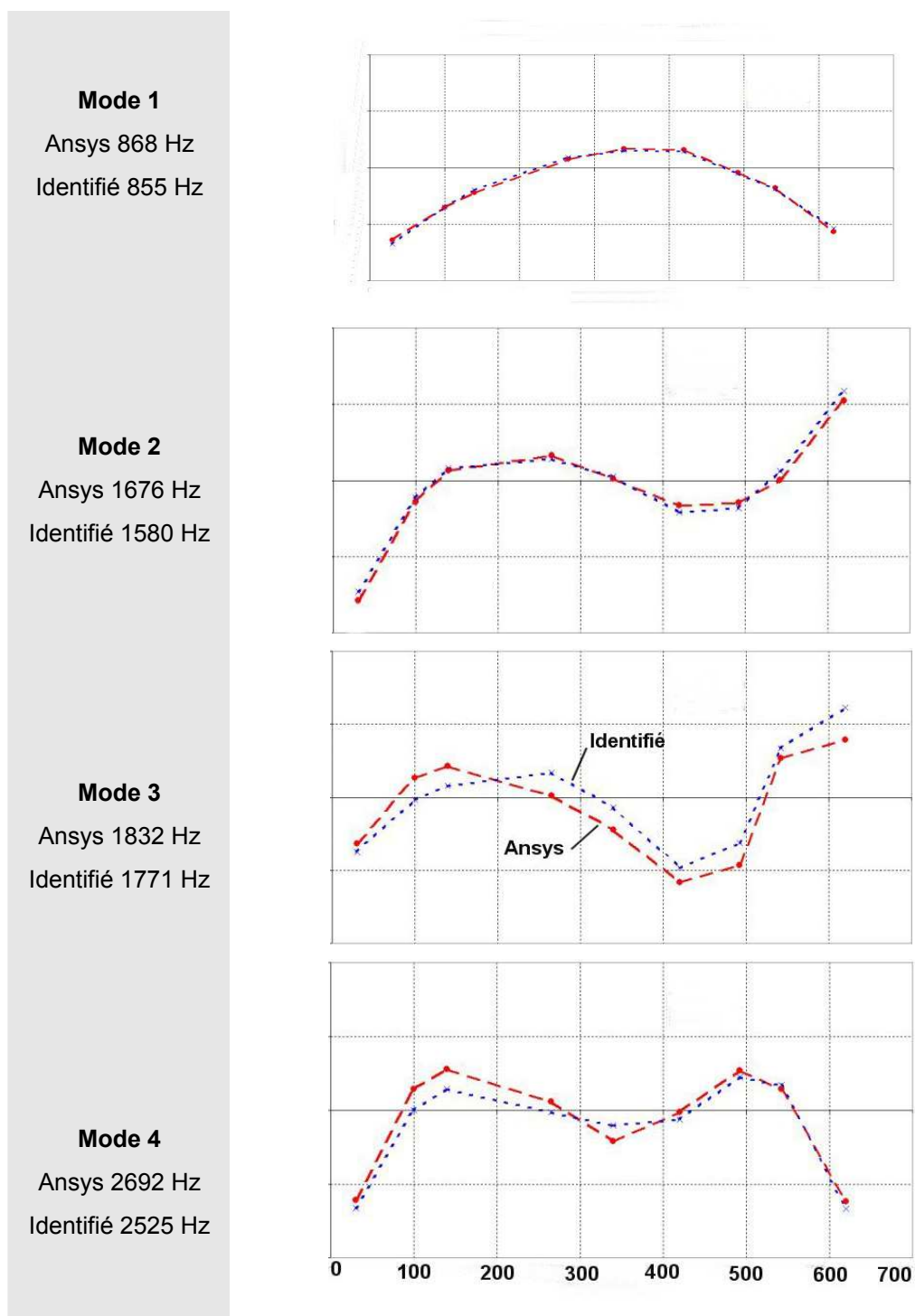


Figure 2-12 : Comparaison des déformées modales normalisées du modèle PIPE 16 d'Ansys® et du modèle identifié pour l'entité rotor.

Les déformées modales numériques et expérimentales sont très proches pour les cinq premiers modes de flexion identifiés. Ce résultat indique la bonne représentativité du modèle éléments finis poutre pour modéliser le comportement dynamique réel de l'entité rotor.

Le critère de MAC (Figure 2-13) est utilisé pour comparer la base modale expérimentale à celle du modèle éléments finis. Les valeurs sur la diagonale du MAC sont proches de 1 signe de la représentativité du modèle numérique élaboré, même s'il subsiste quelques termes non diagonaux compris entre 0.35 et 0.6.

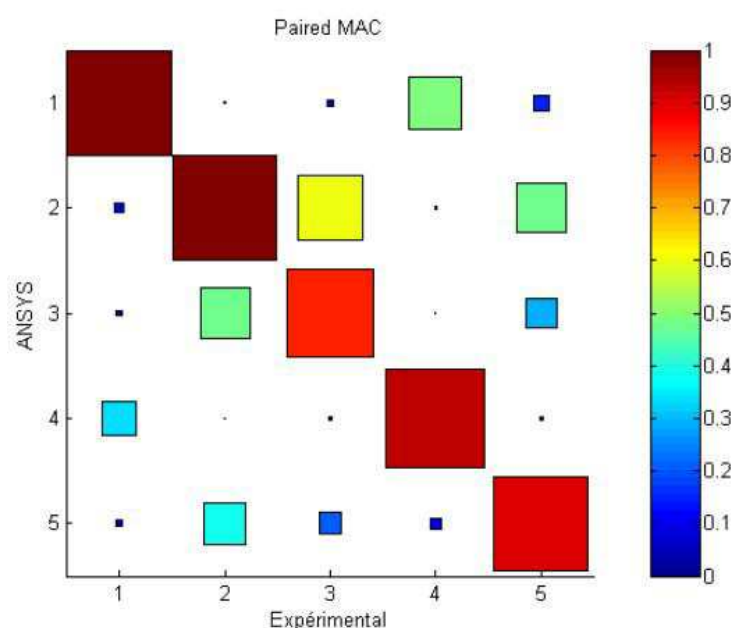


Figure 2-13 : Critère de MAC appliqué aux bases modales des modèles numériques et expérimentaux

### 3.4 Synthèse

L'entité rotor constitué des ensembles {arbre + serreur d'outil + porte-outil} est assimilée à une pièce monobloc avec des zones géométriques de propriétés physiques différentes. Les paramètres physiques des zones géométriques de la partie rotorique et du serreur d'outil ne sont pas, à priori, connus. Ils constituent donc les paramètres de recalage du modèle éléments finis. L'identification modale expérimentale fait apparaître cinq pics de résonance en flexion. Les hypothèses d'amortissement proportionnel et de

modèles découplés du modèle d'identification permettent d'obtenir les paramètres modaux avec un niveau de corrélation très satisfaisant. Le modèle numérique basé sur l'élément PIPE 16 d'Ansys®, après recalage, traduit correctement le comportement de l'ensemble et permet donc de valider l'utilisation de ce type d'élément pour constituer le maillage du modèle éléments finis.

## 4 Application au modèle global de l'électrobroche UGV

Cette partie présente l'application à la broche complète de l'approche retenue pour modéliser, identifier et recalibrer le modèle de comportement.

### 4.1 Modèle éléments finis de la broche

La modélisation et l'identification modale du corps de broche et du palier arrière sont présentées en Annexe 3. Cependant l'application de notre démarche à ces entités ne permet pas de modéliser et d'identifier avec une bonne représentativité leur comportement dynamique. L'hypothèse est donc faite que ces éléments sont infiniment rigides en comparaison avec l'entité rotor. Leur contribution au comportement global de broche n'est donc pas retenue. Ainsi, à l'issue de la procédure d'identification et de modélisation des différentes entités structurales d'une électrobroche, le modèle dynamique global est constitué de l'assemblage du modèle de l'entité rotor et des modèles de roulements aux nœuds d'interfaces. Il est construit sur les hypothèses suivantes :

- Le corps de broche est encastré dans la machine et ne contribue pas au comportement dynamique de la broche ;
- L'ensemble tournant est modélisé par des poutres de *Timoshenko* prenant en compte les effets de cisaillement. Les irrégularités géométriques (filetages, épaulements, perçages pour la circulation d'air, cannelures, ...) sont négligées ;
- Les connexions entre les sous-ensembles outil/ porte-outil/ arbre de broche sont considérées comme rigide et n'introduisent pas de flexibilité dans le système ;
- Le comportement dynamique global de la broche est constitué de l'assemblage du modèle de l'ensemble tournant et des modèles de roulements.

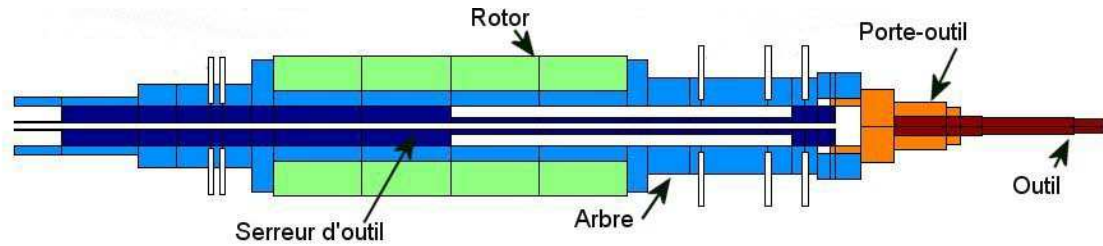


Figure 2-14 : Modèle éléments finis de la broche

Une description de l'assemblage du modèle de l'entité rotor avec les roulements est présentée Figure 2-14. On distingue les zones géométriques de propriétés mécaniques différentes.

Avant de pouvoir exploiter le modèle de la broche en simulation il est nécessaire de vérifier la bonne représentativité du modèle sur des cas de chargement simple et représentatif. Pour cela, les résultats de simulation du modèle dynamique global de la broche doivent être comparées aux résultats issus d'une caractérisation expérimentale.

## 4.2 Caractérisation expérimentale de la broche à l'arrêt

Dans un environnement industriel, la caractérisation expérimentale d'une électrobroche est fortement limitée par son accessibilité dans la machine-outil. D'une part, l'électrobroche ne peut pas être isolée du reste de la machine et d'autre part, le nombre de points de mesure accessibles est techniquement limité par la compacité du système et la rotation de l'arbre. En pratique, seuls l'outil et le porte-outil qui dépasse du nez de broche sont accessibles pour la mesure des fonctions de réponse en fréquence.

Les conditions d'expérimentation pour obtenir ces FRF se font par les techniques classiques d'analyse modale expérimentale sur la broche à l'arrêt. Les propriétés modales de la broche à l'arrêt, issues de la caractérisation expérimentale, constituent la référence à atteindre pour recalibrer le modèle global. Les simulations issues du modèle élément fini de la broche, après recalage, permettent ensuite des extrapolations à d'autres cas de chargement. L'analyse modale expérimentale de la broche à l'arrêt est réalisée à l'aide d'un test d'impact par marteau de choc et mesures accélérométriques (Figure 2-15). Le résultat obtenu à l'issue de cette caractérisation est la fonction de réponse en fréquence en bout d'outil.

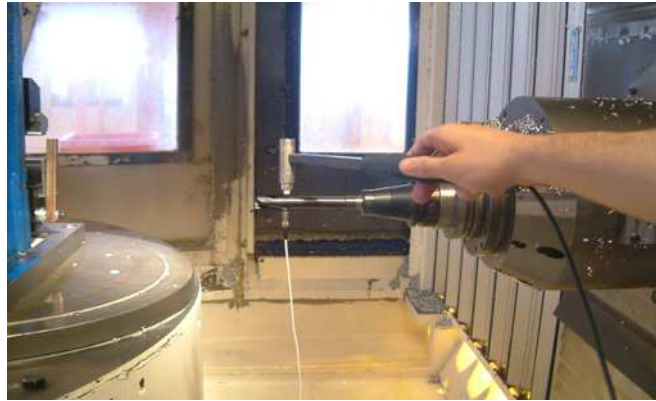


Figure 2-15 : Configuration d'essai sur machine

### 4.3 Recalage du modèle éléments finis

La validation des déformées modales de l'arbre de broche n'est pas réalisable expérimentalement en raison de son inaccessibilité dans le corps de broche. Une méthodologie spécifique de recalage du modèle éléments finis est mise en place. Elle est basée sur la comparaison des FRF numériques et expérimentales du point représentatif du bout d'outil.

Après avoir présenté les propriétés modales du modèle de broche non tournante, la procédure de recalage est décrite. Enfin, l'application de cette procédure à la broche d'étude Fischer est présentée.

#### 4.3.1 Propriétés dynamiques d'une broche non tournante

Dans le cas particulier où la broche ne tourne pas, le modèle dynamique de l'ensemble est décrit par l'équation différentielle (2.2). Cette expression est déduite de l'équation (3.26) présentée au chapitre 3 :

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{q}}_N + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_N + \mathbf{K} \mathbf{q}_N = \mathbf{F}(t) \quad (2.2)$$

dans laquelle  $\mathbf{M}_0$  et  $\mathbf{K}$  sont les matrices de masse et de rigidité. La matrice  $\mathbf{D}$  est la matrice d'amortissement visqueux,  $\mathbf{q}_N$  et  $\mathbf{F}(t)$  sont les vecteurs déplacement et force.

De l'analyse modale numérique du modèle de broche (Figure 2-16) sont extraits les fréquences et les déformées modales associées.

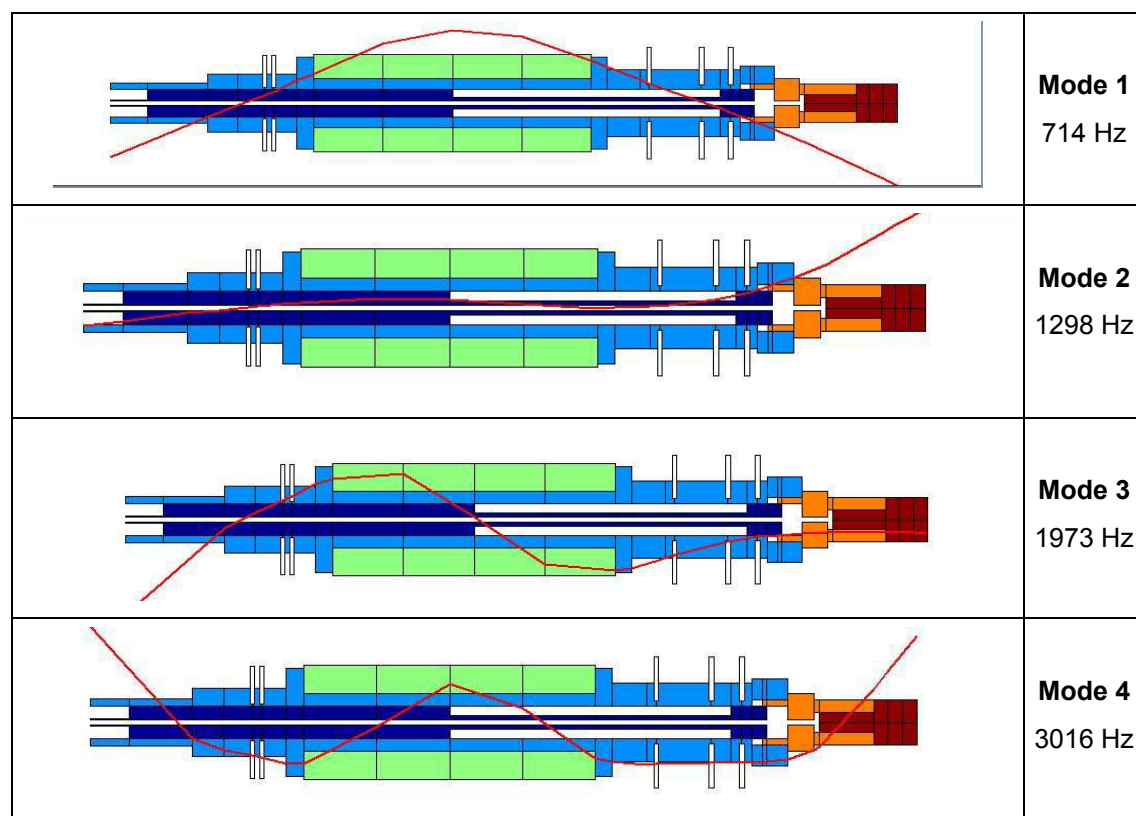


Figure 2-16 : Analyse modale du modèle global de broche

L'analyse harmonique (Figure 2-17) permet de tracer les termes de la matrice de transfert issue du modèle analytique recalé en fonction de la fréquence. Ces termes représentent les fonctions de réponse en fréquence entre un nœud d'excitation et un nœud de mesure du modèle. Cette analyse permet de simuler la FRF expérimentale mesurée à la suite d'un choc au marteau d'impact. Les propriétés d'amortissement du modèle sont observables à partir de la forme des pics fréquentiels. Ils sont mesurés par la technique de la bande passante à  $-3\text{dB}$ .

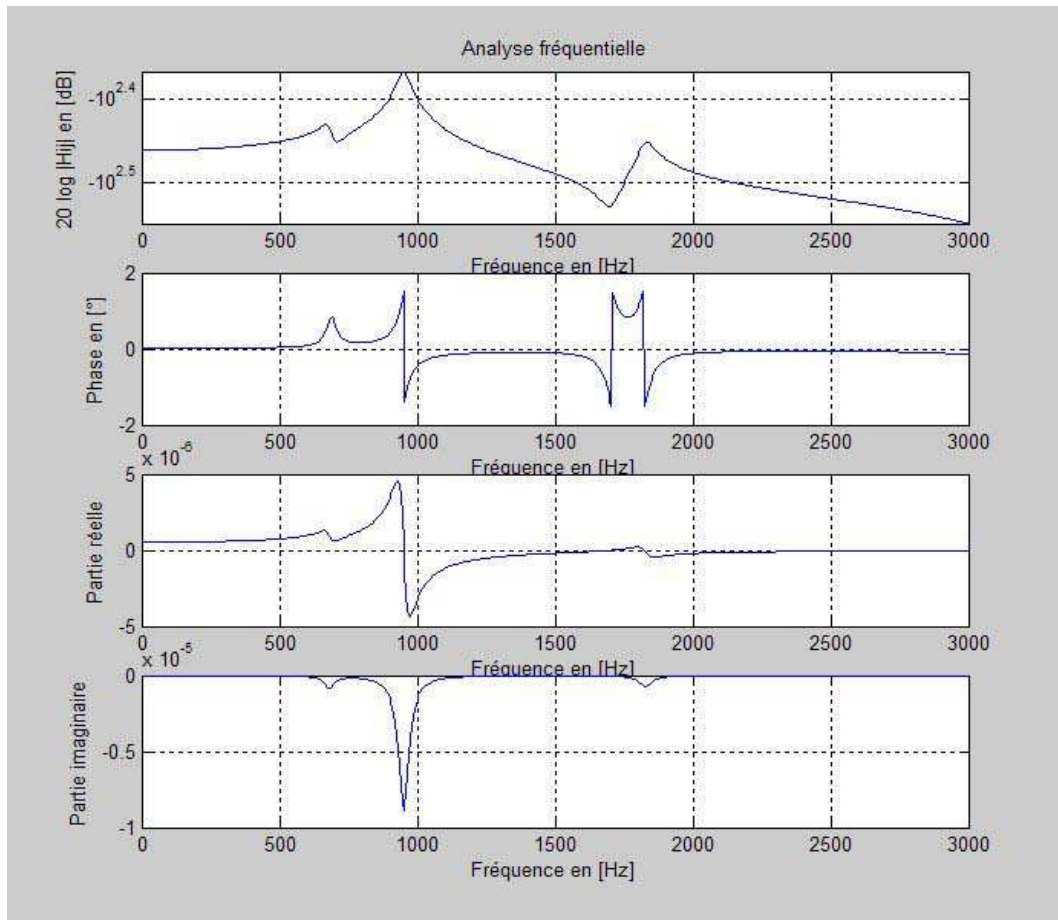


Figure 2-17 : Analyse harmonique du modèle global de broche au nœud en bout d'outil

#### 4.3.2 Procédure de recalage

Les paramètres de recalage du modèle sont représentés par :

- les propriétés des matériaux constituant les zones du rotor et du système de serrage outil. Ces propriétés ont été déterminées lors du recalage de l'entité rotor.
- Une variable  $\delta$  qui permet de moduler la rigidité radiale des roulements arrières qui, rappelons le, sont montés dans le corps de broche par l'intermédiaire d'une douille à billes.
- Les paramètres d'amortissement du modèle qui ne sont, à priori, pas connus.



Une procédure de recalage du modèle est donc mise en place basée sur un algorithme à deux niveaux afin de régler les variables précédemment décrites. L'objectif de l'algorithme est de minimiser l'écart observé entre la FRF mesurée expérimentalement en bout d'outil et celle obtenue par analyse numérique. Afin de ne pas introduire d'erreur de mesure due à la rotation de la broche, cette comparaison est réalisée à partir d'essais établis en configuration de broche non tournante. La correction du modèle s'appuie essentiellement sur une routine d'optimisation par minimisation de fonctions objectifs exprimées sous forme de résidus (Figure 2-18). Les méthodes retenues sont de types locales en agissant sur des paramètres physiques de la structure (module d'élasticité, module de cisaillement,...) ce qui permet de respecter l'intégrité et la connectivité du modèle initial.

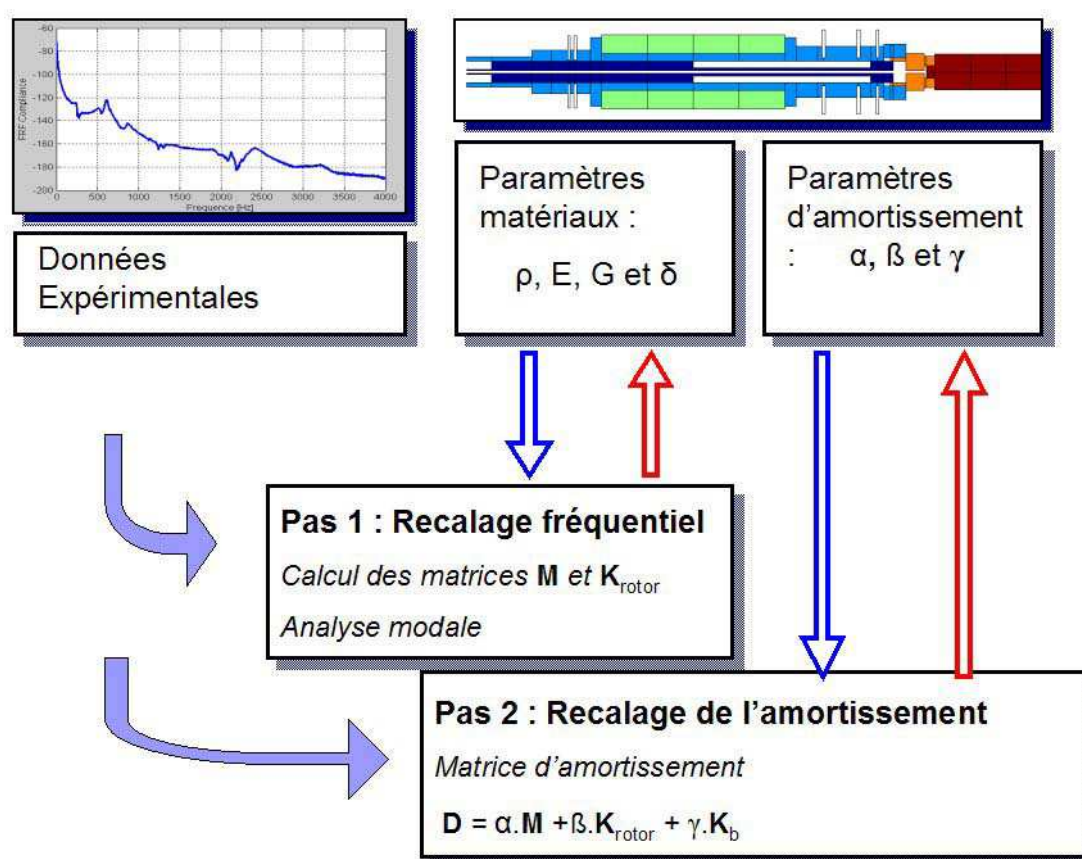


Figure 2-18 : Procédure de recalage du modèle numérique

### ■ Recalage fréquentiel

La première étape concerne le recalage des fréquences modales du modèle de broche. Les paramètres qui influencent principalement la rigidité et la masse du système et donc la valeur fréquentielle des modes sont :

- le module d'*Young*,
- le module de cisaillement
- la masse volumique des zones de recalage identifiées.

La procédure de recalage va donc tester différentes combinaisons des paramètres choisis et pour chacune d'entre elles définir l'écart moyen, sur un nombre de modes donné, entre les résultats de l'analyse modale numérique et expérimentale. La procédure d'optimisation est initialisée par les valeurs des paramètres matériaux obtenus à l'issue de la phase de recalage de l'entité rotor seule présentée chapitre 2.§3.3.

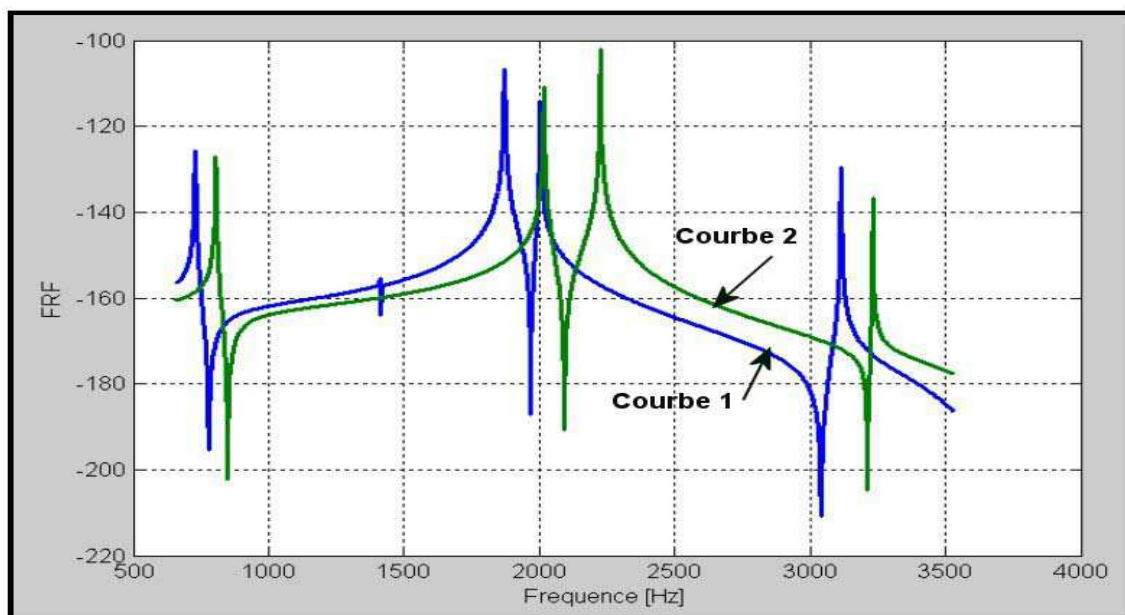


Figure 2-19 : FRF avant et après le recalage fréquentiel.

La Figure 2-19 présente en courbe 1 une FRF « avant recalage » et en courbe 2 « après recalage ». On voit donc que la boucle de recalage modal permet de travailler sur

la position fréquentielle des modes, et notamment de réaliser une translation horizontale de la FRF.

### ▪ Recalage de l'amortissement

La seconde étape consiste à recalibrer l'amortissement du système. La matrice d'amortissement du système est définie au chapitre 3. Le modèle d'amortissement utilisé est le modèle de l'amortissement visqueux équivalent de *Rayleigh*, qui permet de considérer la matrice d'amortissement  $\mathbf{D}$  comme une combinaison linéaire de la matrice de masse  $\mathbf{M}$ , de la matrice de rigidité de l'ensemble tournant  $\mathbf{K}_{rotor}$  et de la matrice de rigidité des roulements  $\mathbf{K}_b$ .

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}_{rotor} + \gamma \mathbf{K}_b \quad (2.3)$$

Les paramètres utilisés dans la boucle de recalage sont donc  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ . Ces paramètres vont influencer l'amortissement du système et modifier la forme des fonctions de réponse en fréquence. La boucle de recalage teste différentes combinaisons de ces trois paramètres et pour chacune d'entre elles calcule et minimise l'écart quadratique entre le module de la FRF expérimentale et celui de la FRF numérique. Cette optimisation peut être conduite localement autour des modes de flexion identifiés ou sur la bande de fréquence complète de la mesure.

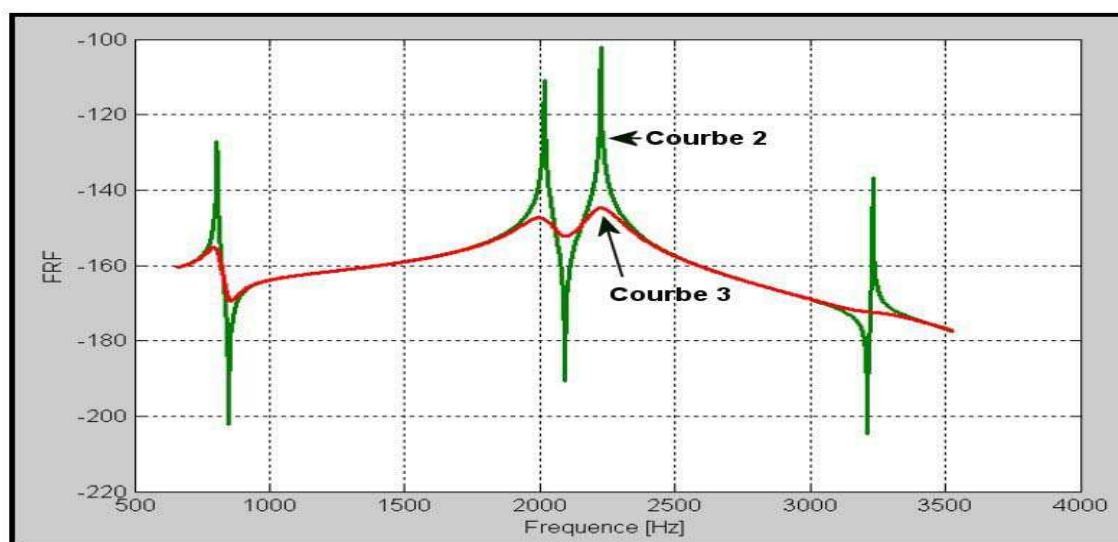


Figure 2-20 : FRF avant et après le recalage de l'amortissement.

La Figure 2-20 présente en courbe 2 la FRF avant recalage (matrice d'amortissement nulle) et en courbe 3 la FRF après recalage de l'amortissement. On voit donc que l'on peut tendre vers des FRF proches de la réalité, et ainsi se rapprocher de l'amortissement réel de la broche. L'influence du paramètre  $\alpha$  permet principalement d'amortir le 1<sup>er</sup> mode alors que celle des paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  amorti les modes suivants.

## 4.4 Synthèse

Cette procédure de recalage appliquée au cas d'une broche *Fischer* conduit à une bonne correspondance dans la bande de fréquence 500 à 1500 Hz (Figure 2-21). Les modes 1 et 2 de flexion sont modélisés à une fréquence et un taux d'amortissement très similaires. La bande fréquentielle avant 500 Hz n'est pas indiquée car elle n'est pas exploitable pour le recalage. En effet, la réponse expérimentale mesurée est de type accélération et doit être intégrée deux fois pour être comparée à la FRF en position du modèle. Cette opération, en fréquence, se traduit par une division par  $\omega^2$  et fait tendre le spectre vers l'infini.

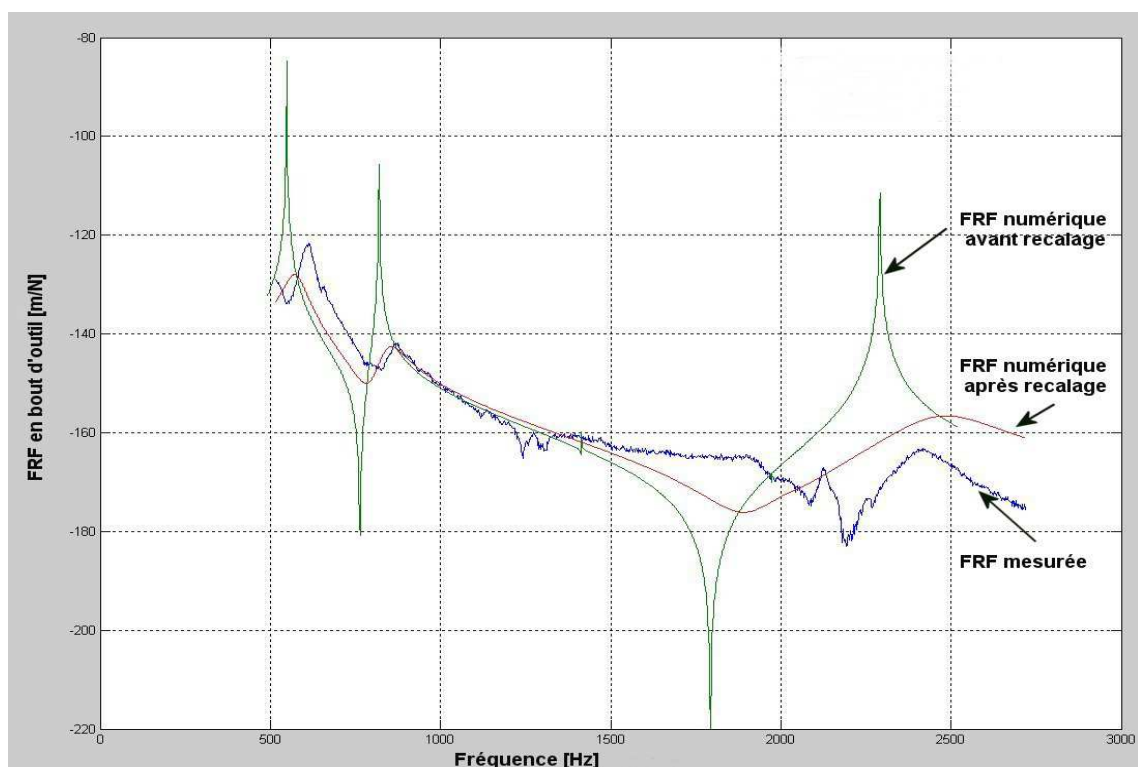


Figure 2-21 : Comparaison des FRF expérimentale, numérique avant et après recalage.

Cependant on peut noter que la réponse en fréquence du modèle recalé ne colle pas parfaitement à la courbe issue de la caractérisation expérimentale. Une légère erreur subsiste tant sur les fréquences que sur les amortissements. Ce résidu d'erreur représente une limite de notre modèle de prédiction qui peut trouver sa source dans la procédure de recalage ou dans les propriétés intrinsèques du modèle éléments finis.

## 5 Conclusion

La démarche d'élaboration du modèle dynamique global d'une broche UGV a été présentée dans ce chapitre. L'objet de ces travaux était d'évaluer la contribution des différentes entités structurales sur le comportement global d'une broche à l'arrêt et de déterminer le type d'éléments finis capable de modéliser leur comportement avec précision. La comparaison des propriétés modales du modèle numérique et du modèle expérimental a permis de choisir le type d'éléments finis présentant le meilleur compromis précision / complexité pour modéliser le système.

Au niveau expérimental, l'objectif était d'établir une base de référence de comportement dynamique pour les entités structurales d'une électrobroche. Les réponses impulsionnelles et leur identification dans le domaine fréquentiel ont permis une validation satisfaisante du modèle dynamique de l'entité rotor mais ne permettent pas d'identifier de façon satisfaisante le comportement du corps de broche et du palier arrière. L'ensemble des études dynamiques et expérimentales réalisées, a mis en évidence le rôle majeur de l'entité rotor et le rôle des paliers à roulements dans le comportement global de la broche. C'est donc sur ces deux éléments que va être poursuivie la procédure de modélisation présentée au chapitre 3.

Une procédure de recalage du modèle éléments finis est mis en place afin de faire correspondre ses propriétés modales avec celles du modèle identifié. Cette procédure permet de fixer les inconnues de modélisation inhérentes à une démarche de modélisation dans un environnement industriel.

# Chapitre 3 :      MODELISATION DYNAMIQUE D'UNE ELECTROBROCHE UGV

---

## 1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter le modèle dynamique d'une électrobroche en rotation.

La première partie est consacrée à la modélisation dynamique de l'arbre en rotation. L'équation différentielle du mouvement de l'arbre est déterminée par les équations de *Lagrange* associées à la méthode des éléments finis. Un élément spécial de poutre-rotor 3D est développé sur la base de la théorie des poutres de *Timoshenko*.

Une synthèse bibliographique des techniques de modélisation des roulements d'une part, et des techniques de modélisation de l'amortissement d'autre part, est présentée. Les modèles retenus des roulements sont décrits. Ils constituent des conditions limites du modèle de l'arbre. Enfin, l'amortissement du système est modélisé puis introduit dans l'équation différentielle du modèle global de l'électrobroche sous la forme d'une matrice d'amortissement **D**. L'assemblage de ces différentes descriptions constitue le modèle global éléments finis de l'électrobroche.

La seconde partie est consacrée à l'analyse des propriétés dynamiques de la broche en rotation sous sollicitations dynamiques. Des propriétés spécifiques du

comportement dynamique sont mises en évidence à travers la simulation numérique du modèle. On montre, en particulier, que le modèle dynamique est dépendant de la vitesse de rotation de la broche et qu'une prise en compte de cette variation est nécessaire pour analyser avec précision le comportement vibratoire d'une électrobroche. La réponse du modèle à des sollicitations représentatives d'effort en usinage ou au balourd est analysée. L'ensemble des outils d'analyses développés est intégré sous Matlab® dans un logiciel d'analyse de broche présenté au chapitre 5.

Enfin, un dispositif expérimental, adaptable sur tous types de broche, a été conçu et permet d'observer les propriétés dynamiques d'une broche en rotation. L'analyse des résultats permet une validation expérimentale des résultats mis en évidence par le modèle.

A l'issue de ces travaux, il est possible de préconiser les conditions optimales d'utilisation d'une broche pour garantir sa tenue en service et assurer ainsi sa fiabilité au cours d'un processus d'usinage donné.

## **2 Modélisation de la broche en rotation**

La modélisation du comportement dynamique de la broche en rotation s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses de modélisation qui trouvent leur justification dans le chapitre 2.

- La première d'entre elles est que la structure de la machine supportant la broche est suffisamment rigide pour ne pas apporter de contribution dans la dynamique de l'usinage ;

- Le corps de broche n'apporte pas de contribution dynamique au comportement de la broche ;

- L'ensemble tournant est modélisé par des poutres de *Timoshenko* prenant en compte les effets de cisaillement. Les irrégularités géométriques (filetages, épaulements, perçages pour la circulation d'air, cannelures, ...) sont négligées ;

- Les connexions entre les sous-ensembles outil / porte-outil / arbre de broche sont considérées rigides et n'introduisent pas de flexibilité dans le système ;

Le comportement dynamique global de la broche est constitué de l'assemblage du modèle de l'ensemble tournant et des modèles de roulements.

## 2.1 Approche retenue

L'approche que nous présentons est basée sur la méthode du référentiel flottant [Bouzgarrou 01]. Le mouvement d'un corps flexible, en petites déformations, est considéré comme une superposition d'un déplacement non linéaire de corps rigide et de déformations élastiques linéaires. Une broche de machine-outil est suffisamment rigide pour vérifier les hypothèses mentionnées ci-dessus. Dans cette formulation, deux ensembles de coordonnées sont utilisés pour décrire la configuration du corps. Le premier ensemble décrit la position et l'orientation d'un référentiel attaché au corps. Tandis que le deuxième décrit les déplacements élastiques du corps relativement à ce référentiel.

## 2.2 Formulation cinématique d'une section

On définit un ensemble de trois repères (Figure 3-1) et (Figure 3-2) pour décrire le mouvement de l'arbre. Une section différentielle de l'arbre d'épaisseur  $dx$  et positionnée en  $x$  est considérée. Un repère de référence et un repère co-rotationnel sont définis respectivement par  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et  $R_1 = (C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ . Le repère  $R_a = (G_x, \vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$  est attaché à la section de l'arbre en son centre de masse  $G_x$ .

Lorsque l'arbre ne tourne pas et n'est pas déformé,  $G_x$  coïncide avec l'origine du repère  $R_1$ . Le repère  $R_2 = (C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est un repère intermédiaire permettant de décrire l'ensemble des rotations infinitésimales de la section. Dans une configuration d'arbre déformé, la position de  $G_x$  est défini par trois translations,  ${}^x \mathbf{r}_G = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T$ , dans la base co-rotationnelle. La section a subi trois rotations successives (Figure 3-2):  ${}^x \boldsymbol{\theta} = [\theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z]^T$ . La première rotation  $\theta_x$  autour de  $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$  est une rotation de grande amplitude qui correspond à la rotation de l'arbre autour de son axe. La deuxième et troisième rotation  $\theta_y$  et  $\theta_z$  sont des rotations infinitésimales respectivement autour de  $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$  et  $\vec{z}_2 = \vec{z}_a$ .



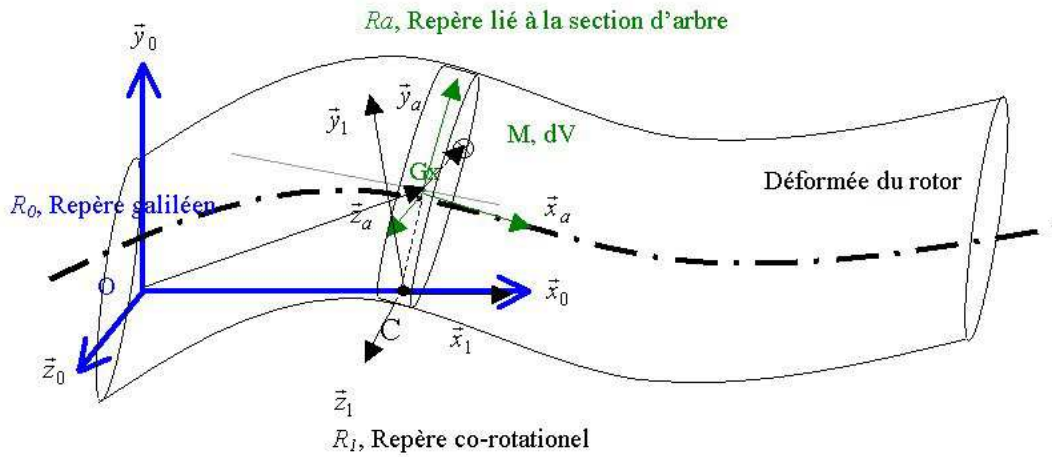


Figure 3-1 : Mouvement d'une section élémentaire du rotor.

Les relations de changement de repère sont déterminées à l'aide des matrices de passage définies (Eq 3.1).

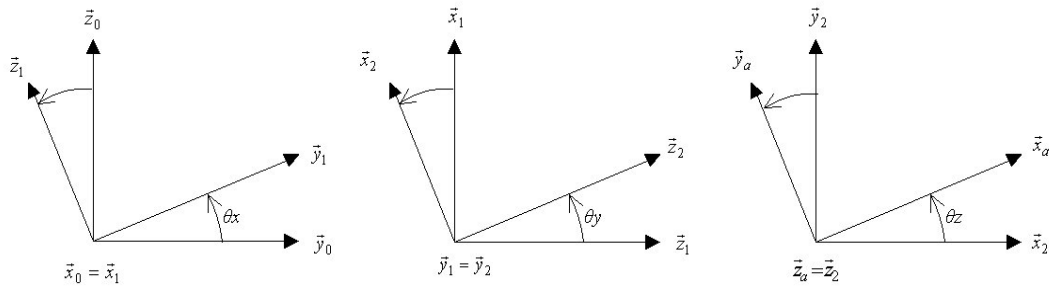


Figure 3-2 : Système de repères adopté.

$$\mathbf{R}_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_x) & -\sin(\theta_x) \\ 0 & \sin(\theta_x) & \cos(\theta_x) \end{bmatrix} \mathbf{R}_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_y) & 0 & \sin(\theta_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_y) & 0 & \cos(\theta_y) \end{bmatrix} \mathbf{R}_{2a} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_z) & -\sin(\theta_z) & 0 \\ \sin(\theta_z) & \cos(\theta_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

L'ensemble des translations et des rotations de section est regroupé dans une matrice colonne des déplacements généralisés  ${}^x\mathbf{q} = [{}^x\mathbf{r}_G^T \quad {}^x\boldsymbol{\theta}^T]^T$ . Comme les rotations  $\theta_y$  et  $\theta_z$  sont infinitésimales, les transformations de repères entre  $R_1$  et  $R_2$ , et entre  $R_2$  et  $R_a$  peuvent être approchées au 1<sup>er</sup> ordre par les matrices  $\mathbf{R}_{12}$  et  $\mathbf{R}_{2a}$ .

$$\mathbf{R}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{2a} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_z & 0 \\ \theta_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

La position du centre de masse  $G_x$  peut être décrite sous une forme vectorielle :

$$\vec{r}_G = u_x \vec{x}_1 + u_y \vec{y}_1 + u_z \vec{z}_1 \quad (3.3)$$

La vitesse du centre de masse est exprimée, suite à une dérivation temporelle, sous une forme vectorielle et sous une forme matricielle dans le repère co-rotationnel  $R_1$  :

$$\begin{aligned} \vec{v}_G &= \dot{u}_x \vec{x}_1 + (\dot{u}_y - \dot{\theta}_x u_z) \vec{y}_1 + (\dot{u}_z + \dot{\theta}_x u_y) \vec{z}_1 \\ \mathbf{v}_G &= \begin{bmatrix} \dot{u}_x & (\dot{u}_y - \dot{\theta}_x u_z) & (\dot{u}_z + \dot{\theta}_x u_y) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -u_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & u_y & 0 & 0 \end{bmatrix}^x \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Les vitesses angulaires de la section sont exprimées sous une forme vectorielle et matricielle dans le repère  $R_a$  dans lequel l'opérateur d'inertie de la section différentielle est constant:

$$\vec{\omega}_a = \dot{\theta}_x \vec{x}_1 + \dot{\theta}_y \vec{y}_2 + \dot{\theta}_z \vec{z}_a \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_a &= \dot{\theta}_x \begin{bmatrix} 1 & \theta_z & -\theta_y \\ -\theta_z & 1 & 0 \\ \theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{\theta}_y \begin{bmatrix} 1 & \theta_z & 0 \\ -\theta_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{\theta}_z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\omega}_a &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\theta_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix}^x \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Enfin, on peut regrouper ces différentes expressions dans une matrice des vitesses généralisées pour une section :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_G \\ \boldsymbol{\omega}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -u_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & u_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\theta_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^x\dot{\mathbf{q}} = {}^x\mathbf{L} {}^x\dot{\mathbf{q}} \quad (3.7)$$

La matrice  ${}^x\mathbf{L}$  décrit les vitesses généralisées en fonction de la dérivée des déplacements généralisés. On remarque que  ${}^x\mathbf{L}$  n'est pas une matrice constante et dépend des déplacements.

## 2.3 Définition d'un élément fini « poutre-rotor »

### 2.3.1 Energie cinétique

La masse et la matrice d'inertie d'une section différentielle sont notées respectivement  $dm$  et  $d\mathbf{J}$ . La matrice d'inertie est exprimée dans le repère attaché à la section au centre de masse. Pour une section cylindrique de rayon interne  $r$  et de rayon externe  $R$  les relations suivantes peuvent être écrites :

$$\begin{aligned} dm &= \rho\pi(R^2 - r^2)dx = \mu dx \\ d\mathbf{J} &= \begin{bmatrix} 2A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix} dx \text{ avec } A = \rho\pi(R^2 - r^2)^2/4 \end{aligned} \quad (3.8)$$

L'expression de l'énergie cinétique d'une section différentielle de l'arbre de longueur  $dx$  est alors :

$$\begin{aligned} dT &= \frac{1}{2} \mathbf{v}_G^T \mathbf{v}_G dm + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_a^T d\mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_a = \frac{1}{2} {}^x\dot{\mathbf{q}}^T {}^x\mathbf{L}^T \boldsymbol{\mu} {}^x\mathbf{L} {}^x\dot{\mathbf{q}} dx \\ \boldsymbol{\mu} &= \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.9)$$

L'énergie cinétique d'un élément poutre de l'arbre est donnée par la relation :

$${}^eT = \frac{1}{2} {}^e\dot{\mathbf{q}}^T {}^e\mathbf{M}^e \dot{\mathbf{q}} \quad (3.10)$$

La procédure d'obtention de la matrice  $\mathbf{M}^e$  est décrite en annexe 4.

### 2.3.2 Energie élastique

L'énergie potentielle élastique  ${}^eV$  d'un élément poutre de l'arbre s'exprime en fonction de ses coordonnées flexibles  ${}^e\mathbf{q}$  par la relation :

$${}^eV = \frac{1}{2} {}^e\mathbf{q}^T {}^e\mathbf{K}^e \mathbf{q} \quad (3.11)$$

La matrice  ${}^e\mathbf{K}$  est calculée à l'aide des fonctions de forme des modes retenus de l'élément  $e$ . Les coordonnées flexibles sont les déplacements infinitésimaux de la section. Les matrices de rigidité  ${}^e\mathbf{K}$  et de masse  ${}^e\mathbf{M}$  d'un élément sont de taille  $12 \times 12$ . Elles sont présentées en annexe 4.

### 2.3.3 Application à l'entité tournante de la broche

Un élément poutre tridimensionnel possédant deux nœuds et six degrés de libertés par nœud est retenu pour décrire les mobilités du rotor (Figure 3-3). Cet élément possède des propriétés mécaniques similaires à celles de l'élément PIPE 16 testé et validé au chapitre 2.

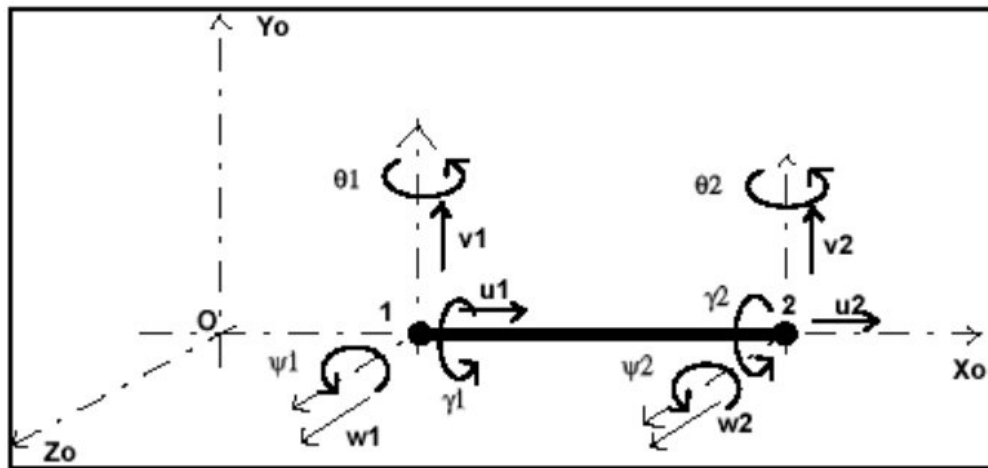


Figure 3-3: élément poutre et ddl associés

Les déplacements au sein d'un élément sont décrits par une interpolation des déplacements nodaux à l'aide de fonctions de forme appropriées. Les dimensions des sections d'un rotor de broche nécessitent la prise en compte des effets du cisaillement dans les déformées. L'élément poutre de *Timoshenko* est retenu pour décrire les déplacements. Les fonctions de forme appropriées sont cubiques (Annexe 4) afin d'éviter les verrouillages de cisaillement [Genta 95]. Les déplacements nodaux généralisés sont décrits dans la partie formulation cinématique à l'aide des différents repères. Ils sont exprimés par :

$${}^e\mathbf{q} = [u_{x1} \quad u_{y1} \quad u_{z1} \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad \theta_{z1} \quad u_{x2} \quad \dots \quad \theta_{z2}]^T \quad (3.12)$$

Le déplacement généralisé d'une section au sein d'un élément poutre est décrit par :

$${}^x\mathbf{q} = \mathbf{N}(x) {}^e\mathbf{q} \quad (3.13)$$

dans lequel  $\mathbf{N}(x)$  est la matrice des fonctions de forme.

L'énergie cinétique d'une section différentielle peut donc être exprimée à l'aide des vitesses nodales généralisées :

$$dT = \frac{1}{2} {}^e\dot{\mathbf{q}}^T [\mathbf{N}^T {}^x\mathbf{L}^T {}^e\boldsymbol{\mu} {}^x\mathbf{L}\mathbf{N}] dx {}^e\dot{\mathbf{q}} \quad (3.14)$$

L'énergie cinétique d'un élément est obtenu par intégration sur la longueur  $l_e$  de l'élément :

$${}^eT = \frac{1}{2} {}^e\dot{\mathbf{q}}^T \int_0^{l_e} [\mathbf{N}^T {}^x\mathbf{L}^T {}^e\boldsymbol{\mu} {}^x\mathbf{L}\mathbf{N}] dx {}^e\dot{\mathbf{q}} \quad (3.15)$$

Ainsi l'expression de la matrice de masse d'un élément est :

$${}^e\mathbf{M}({}^e\mathbf{q}) = \int_0^{l_e} [\mathbf{N}^T {}^x\mathbf{L}^T {}^e\boldsymbol{\mu} {}^x\mathbf{L}\mathbf{N}] dx \quad (3.16)$$

On remarque que la matrice de masse d'un élément n'est pas une matrice constante du fait de la contribution de  ${}^x\mathbf{L}$ . Elle devient constante dans certains cas particuliers. Par exemple lorsque  $\dot{\theta}_{x1} = \dot{\theta}_{x2} = 0$ .

Par application des équations de *Lagrange* nous obtenons les équations du mouvement.

$${}^e\mathbf{M}({}^e\mathbf{q}){}^e\ddot{\mathbf{q}} + {}^e\mathbf{C}({}^e\mathbf{q}, {}^e\dot{\mathbf{q}}){}^e\dot{\mathbf{q}} + {}^e\mathbf{K}{}^e\mathbf{q} = {}^e\mathbf{f}(t) \quad (3.17)$$

dans lesquelles  ${}^e\mathbf{f}(t)$  représente le vecteur des forces et moments nodaux.

Les effets gyroscopiques et d'assouplissement par rotation propre, représentés par la matrice  ${}^e\mathbf{C}({}^e\mathbf{q}, {}^e\dot{\mathbf{q}})$ , sont obtenus par dérivation directe et systématique de la matrice de masse en utilisant les symboles de *Kristoffel* [Murray & al 94].

$$c_1[i, j, k] = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial {}^e\mathbf{M}[i, j]}{\partial \mathbf{q}_N(k)} + \frac{\partial {}^e\mathbf{M}[i, k]}{\partial \mathbf{q}_N(j)} - \frac{\partial {}^e\mathbf{M}[k, j]}{\partial \mathbf{q}_N(i)} \right\} \dot{q}_N(k) \quad (3.18)$$

$${}^e\mathbf{C}[i, j] = \sum_{k=1}^n c_1[i, j, k]$$

## 2.4 Modélisation des paliers à roulement

### 2.4.1 Etude bibliographique

Les paliers à roulements sont des constituants mécaniques qui transmettent des efforts entre deux organes tournant l'un par rapport à l'autre. L'analyse nécessaire à la connaissance des efforts et vibrations transmis par les roulements aux arbres et aux carters doit prendre en compte les relations non linéaires liant les efforts et déformations dans les contacts pistes- éléments roulants.

Des recherches théoriques sur l'analyse de la répartition des charges dans les paliers à roulement ont débutés au début du XXème siècle, à la suite des travaux de *Hertz*, avec *Stribeck* et *Weibull*. Les hypothèses de modélisation étaient simplifiées (angles de contact ne variant pas, bagues extérieures et intérieures rigides...). Les formules approchées des relations efforts-déplacements permettant de modéliser le comportement des roulements soumis à des chargements purement axiaux ou radiaux ont été établis [Palmgreen 67]. Ces premières descriptions représentaient les roulements comme des ressorts de translation axiaux et radiaux de rigidité invariante dans le temps.

De nombreux travaux ont ensuite été réalisés afin de calculer la répartition des charges dans un roulement par une approche systématique et une définition plus fine de la géométrie interne. Ainsi, des modèles analytiques pour déterminer, à partir des

déplacements relatifs des centres de courbure des bagues, la répartition des charges, les angles de contact et l'équilibre des corps roulants sont proposés [Jones 60], [Andreason 73] et [Harris 84]. La charge moyenne axiale relative à la précharge initiale a été intégrée au sein d'une matrice de rigidité  $3 \times 3$  [Rajab 82] et [Young 88].

D'autres études caractérisent analytiquement et expérimentalement le comportement dynamique des roulements à travers le comportement de la broche. La caractérisation expérimentale des raideurs radiales d'un roulement à contacts obliques soumis à des vibrations a été menée par *Walford* [Walford & Stone 80] et *Harris* [Harris 84]. Ils étudient l'influence de la précharge, de la vitesse de rotation et les conditions de lubrification sur la rigidité dynamique d'une paire de roulement à contact obliques par des techniques d'analyse vibratoire expérimentales. L'analyse du comportement d'une broche à grande vitesse est réalisée sur la base des modèles de roulement de [Jones 60] et d'un modèle d'arbre de type poutre de *Euler - Bernouilli* [Wang & Chang 94]. Ils caractérisent les paramètres de conception tels que la valeur de la précharge initiale, l'espacement entre roulements, l'amortissement, l'ajout de masse. Cette étude montre l'importance de la variation des angles de contacts internes au roulement sur les modes de vibration élevés.

S'appuyant sur ces divers travaux, un modèle de roulements pouvant s'introduire dans une modélisation éléments finis, en vue d'une résolution d'un problème non-linéaire est proposé [Lim 90]. Son modèle s'appuie sur une description précise de la géométrie des roulements et permet d'obtenir :

- Les efforts exercés par les bagues sur les corps roulants,
- Les angles de contact,
- La matrice de rigidité associée au roulement.

La matrice de rigidité développée décrit tous les mouvements rigides possibles du système roulement et décrit clairement la transmission de vibration au sein de ce dernier.

Cette approche constitue une référence utilisée dans de nombreuses modélisations d'arbre sur roulements. On retient, notamment, les travaux de *Jorgensen* [Jorgensen & Shin 98] qui s'appuient sur des modèles dynamiques de roulements

dérivés des modèles de *Lim* pour décrire le comportement d'une broche sollicitée par les actions de coupe. Les travaux de thèse concernant la modélisation des boîtes de vitesse automobiles s'appuient de même sur des modèles de roulement similaires à ceux de *Lim* [Bourdon 97] et [Yakhou 98].

D'autres paramètres ont une influence notable sur les propriétés de raideur des paliers à roulement. La vitesse de rotation de l'arbre, en particulier, induit des forces centrifuges et gyroscopiques sur les éléments roulants qui font varier les angles de contact entre la bague intérieure et la bague extérieure et modifient ainsi les caractéristiques de raideur des paliers.

D'autre part, pour les grandes vitesses de rotation, l'influence du film d'huile ou de graisse sur lequel roulent les billes ne peut plus être négligé [Hagiu & Gafitanu 97]. Ils proposent de le prendre en compte à travers un modèle élaboré de contact élastohydrodynamique influant sur les rigidités et les amortissements des roulements. La sophistication et la complexité des modèles de roulement obtenus ne permet cependant pas une intégration aisée dans un modèle éléments finis.

Notre volonté d'établir un outil industriel de prédiction du comportement dynamique des électrobroches UGV nous conduit à retenir pour les roulements un modèle robuste, fiable et simple d'utilisation. Le choix est donc porté sur l'approche de modélisation proposée par *Lim* [Lim 90]. La définition d'un élément « roulement » fait l'objet de la description suivante.

#### 2.4.2 Définition d'un élément « roulement »

Les roulements sont caractérisés par une matrice de rigidité symétrique  $\mathbf{K}_b$  de dimension  $6 \times 6$ . Cette matrice est une représentation globale de la cinématique et des caractéristiques élastiques du roulement en combinant les effets de  $Z$  billes chargées en parallèle.

La matrice de rigidité  $\mathbf{K}_b$  d'un roulement s'exprime en fonction de l'angle de contact sans charge  $\alpha_0$ , du jeu radial  $r_L$ , du coefficient de rigidité  $K_n$  caractéristique des contacts bague intérieure-bille et bille-bague extérieure, de la précharge et des rayons de piste de roulement.



La première étape consiste à déterminer les relations liant les efforts et couples transmis par le roulement  $\mathbf{f}_{bm}$  aux déplacements relatifs moyens entre la bague intérieure et la bague extérieure  $\mathbf{q}_{bm}$ . Cette équation est établie pour chaque élément roulant autour d'une position moyenne de déplacement résultant de la précharge initiale dans le roulement. Il est nécessaire, pour ceci, de décrire la déformation élastique résultante  $\delta(\psi_j)$  du  $j^{\text{ème}}$  élément roulant orienté d'un angle  $\psi_j$  par rapport à l'axe z. Cette déformation résulte de la différence des distances reliant les centres de courbures des bagues intérieures ( $a_j$ ) et extérieures ( $a_o$ ) avant et après chargement respectivement  $A_0$  et  $A_1$  (Figure 3-4).

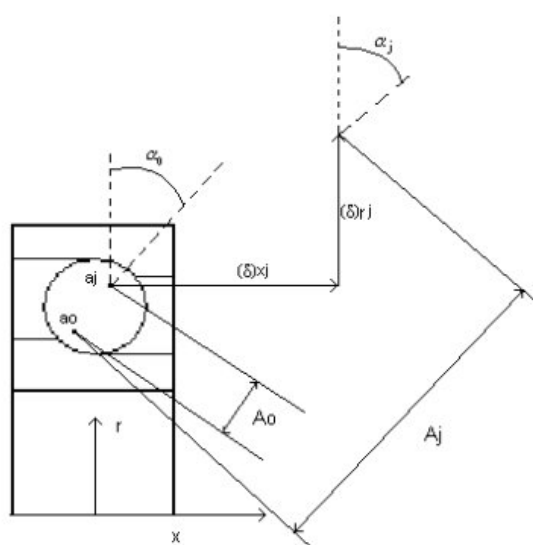


Figure 3-4 : Distance entre les centres de courbure des baques intérieure et extérieure

La théorie des contacts de *Hertz* permet ensuite d'écrire la relation charge-déformation pour chaque élément roulant :

$$Q_i = K_n \delta_i^n \quad (3.19)$$

Après avoir exprimé la relation liant le vecteur des charges résultantes au sein du roulement  $\mathbf{f}_{bm}$  au vecteur des déplacements relatifs moyen  $\mathbf{q}_{bm}$ , il est possible d'exprimer la matrice de rigidité  $\mathbf{K}_{bm}$  de dimension  $6 \times 6$  par la relation suivante :

$$\mathbf{K}_{bm} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{bjm}}{\partial \delta_{km}} & \frac{\partial F_{bjm}}{\partial \theta_{km}} \\ \frac{\partial M_{bjm}}{\partial \delta_{km}} & \frac{\partial M_{bjm}}{\partial \theta_{km}} \end{bmatrix}_{\mathbf{q}_{bm}}, \quad j, k = x, y, z. \quad (3.20)$$

Les données d'entrées pour le calcul de cette matrice sont les données géométriques du roulement et la valeur de la précharge. Cette précharge en effort est transformée en déplacement moyen par résolution numérique puis les différentes rigidités sont calculées directement à l'aide des formulations  $\mathbf{K}_{bm}[j, k]$ .

L'analyse des préconisations de montage fournies par les constructeurs de roulement ainsi que le bilan statique des efforts axiaux (Figure 3-5) dans la broche permet d'établir les valeurs de précharge initiale sur chacun des roulements. La précharge sur les roulements est maintenue constante durant le fonctionnement de la broche par l'intermédiaire d'un dispositif de douille à ressorts qui absorbe la dilatation thermique de l'arbre de broche. Cette dilatation thermique est de l'ordre de quelques microns. Nous ferons l'hypothèse que, grâce à ce dispositif, l'effort de précharge reste constant en fonctionnement.

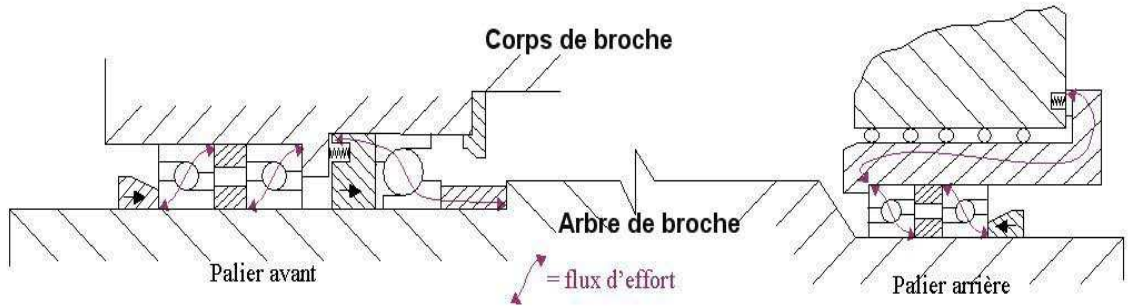


Figure 3-5 : Flux d'effort relatifs aux précharges initiales des roulements

Les matrices de rigidité des roulements sont calculées autour d'un point de fonctionnement statique défini par le chargement initial des roulements (Figure 3-6). Elles sont donc constantes. Cette hypothèse repose sur le fait que les mobilités relatives de l'arbre dans le corps de broche sont petites et que la broche possède des systèmes spécifiques pour maintenir les valeurs de précharge constantes.

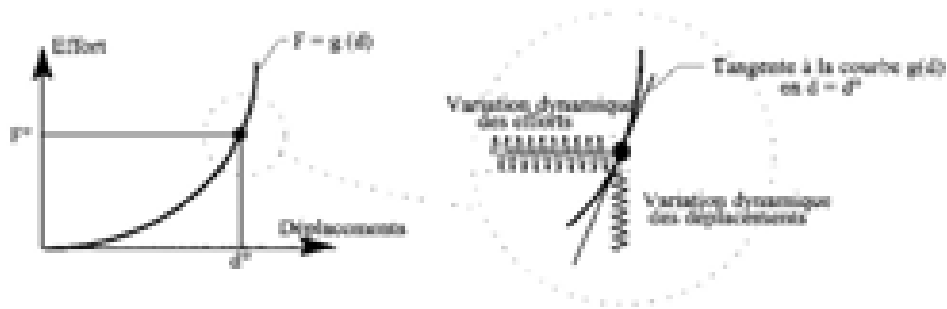


Figure 3-6 : Linéarisation du comportement des roulements autour d'un point de fonctionnement

## 2.5 Modélisation de l'amortissement

### 2.5.1 Généralités

La modélisation de l'amortissement représente un obstacle dans une démarche de modélisation fine. En effet, les mécanismes de dissipation d'énergie dans un système mécanique sont nombreux et difficiles à modéliser. La dissipation d'énergie est par ailleurs souvent liée à des éléments non modélisés (liaisons supposées parfaites, habillage de la structure, etc...). Il est donc difficile de construire un modèle d'amortissement à partir de données sur les seules propriétés géométriques et matériaux de la structure. Malgré ces difficultés, il est important de pouvoir estimer "correctement" l'amortissement afin d'obtenir, des modèles représentant le mieux possible le comportement réel des mécanismes. En particulier, pour les mécanismes de transmission de puissance tels que les broches, l'amortissement détermine fortement les zones d'instabilités et les vitesses critiques.

Les principaux types d'amortissement sont classés en trois familles définies en fonction de la nature des phénomènes mis en jeu :

- L'amortissement visqueux qui correspond à une dissipation d'énergie par écoulement laminaire d'un fluide dans un amortisseur, dans ce cas la force d'amortissement est proportionnelle à la vitesse,
- L'amortissement structural qui correspond à une dissipation d'énergie par divers mécanismes de frottement interne aux matériaux. En régime harmonique, la force de dissipation est proportionnelle et en quadrature avec la force élastique et donc avec les déplacements relatifs,

- L'amortissement de *Coulomb* qui correspond à une dissipation de l'énergie par frottement sec entre deux surfaces. La force d'amortissement est non linéaire. Ce type d'amortissement convient pour représenter les propriétés dissipatives de certaines liaisons mais, il est impossible à prédire sur plan.

### 2.5.2 Techniques de modélisation

Dans la pratique, seuls les modèles visqueux et structuraux sont utilisés à cause de leur simplicité mathématique et de leur caractère linéaire. Pour un système non linéaire qui caractérise de nombreux systèmes dissipatifs (frottement de *Coulomb*, plasticité, chocs, etc.) il est usuel de construire une représentation viscoélastique équivalente. De plus, des modèles d'amortissement structuraux ou visqueux équivalents peuvent être réalisés à partir de résultats d'essais dynamiques. Pour obtenir un modèle dissipatif précis, il est alors indispensable de tester la structure et de combiner les informations sur les propriétés géométriques et élastiques (traduit en un modèle de masse et de raideur) et les informations expérimentales sur la dissipation.

#### Amortissement modal

Un grand nombre de techniques numériques de résolution des équations de l'équilibre dynamique se ramènent à des méthodes de superposition modale. Une technique couramment employée pour modéliser l'amortissement, est de l'introduire de façon globale dans la base modale du système considéré [Imbert 95] et de ne retenir pour le calcul de la réponse dynamique que les termes diagonaux de la matrice d'amortissement modale. Si  $\mathbf{D}$  est la matrice d'amortissement visqueux équivalent dans l'espace nodal,  $\Phi$  est la matrice des vecteurs propres du système non amorti,  $m_i$  la masse modale du mode  $i$  de pulsation  $\omega_i$ :

$$\begin{aligned} {}^T \Phi \mathbf{D} \Phi &= [\text{diag}(c_{ii})] \\ &= [\text{diag}(2m_i \omega_i \eta_i)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

où  $\eta_i$  est le facteur d'amortissement du mode  $i$ .

En réalité, les vecteurs propres du système non amorti, ne diagonalisent pas la matrice d'amortissement. Le cas extrême de cette hypothèse est un découplage de chaque mode par rapport à tous les autres. La matrice  $\mathbf{D}$  est diagonale et on parle alors d'amortissement modal. Cette hypothèse, souvent utilisé dans le cadre expérimental, est

attribuée à *Basile*. Cette technique présente l'avantage de découpler les équations dynamiques dans l'espace modal et de pouvoir introduire un amortissement spécifique à chaque mode. Cet amortissement peut être estimé expérimentalement.

### Amortissement visqueux équivalent dans l'espace nodal

La définition d'une matrice d'amortissement visqueux équivalent dans l'espace physique est parfois nécessaire. Des techniques permettent de passer de l'espace modal à l'espace physique. *Rayleigh* exprime la matrice d'amortissement visqueux équivalent du système  $\mathbf{D}$  comme une combinaison linéaire des matrices de masse  $\mathbf{M}$  et de rigidité  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3.22)$$

L'amortissement est alors dit proportionnel. Cela, revient à imposer une loi sur les facteurs d'amortissements des modes  $r$  en fonction de leur fréquence, loi qui s'exprime par:

$$\eta_r = \frac{d_{ii}}{2m_r \omega_r} = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta \omega_r}{2} \quad (3.23)$$

Elle peut donc être définie à partir des facteurs d'amortissement de deux modes et elle a l'avantage de la simplicité.

*Caughey* a présenté une condition générale sur les matrices d'amortissement pour qu'elles puissent être diagonalisées par les vecteurs propres du système non amorti.

$$\mathbf{D} = \sum_{k=1}^N \alpha_j \mathbf{M} (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})^{k-1} \quad (3.24)$$

D'une manière générale, dans le cas des mécanismes complexes, l'utilisation d'amortissements modaux ou proportionnels n'est pas entièrement satisfaisante. En effet, elle ne permet pas de distinguer la participation des différents éléments technologiques du système.

L'approche retenue pour modéliser l'amortissement au sein de la broche est basée sur les hypothèses de *Rayleigh* en raison de sa simplicité d'utilisation.

L'amortissement visqueux dû aux paliers à roulement est modélisé par une matrice d'amortissement élémentaire proportionnelle à la matrice de rigidité du

roulement  $\mathbf{D}_b = \delta * \mathbf{K}_b$  [Lim 90]. Ainsi, la matrice d'amortissement du modèle global de l'électrobroche prend la forme  $\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}_{rotor} + \delta \mathbf{K}_b$ . Les valeurs  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  sont déterminées à la suite d'une procédure de recalage du modèle présentée au chapitre 2.

## 2.6 Equation différentielle du mouvement

Le modèle éléments finis global de la broche est obtenu par une procédure d'assemblage classique des matrices élémentaires des éléments poutres et roulements. Les matrices de chaque élément individuel sont formées puis combinées entre elles afin d'obtenir le système d'équations différentielles total. Le modèle de l'arbre en rotation est ensuite associé à la structure rigide du corps de broche en introduisant les déplacements et vitesses relatives dans les modèles des liaisons par roulement. La matrice d'amortissement structural  $\mathbf{D}$  du modèle est constituée de la somme de la matrice d'amortissement de l'ensemble tournant, basée sur les hypothèses de *Rayleigh*, et des matrices élémentaires d'amortissement des roulements. La matrice  $\mathbf{D}$  est introduite dans le modèle, après réglage de ses paramètres internes  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  par une procédure de recalage basée sur l'identification modale des caractéristiques de la broche à l'arrêt. Le système d'équations différentielles est alors :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_N) \ddot{\mathbf{q}}_N + (\mathbf{C}(\mathbf{q}_N, \dot{\mathbf{q}}_N) + \mathbf{D}) \dot{\mathbf{q}}_N + \mathbf{K} \mathbf{q}_N = \mathbf{F}(t) \quad (3.25)$$

dans lequel  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$  sont les matrices de masse et de rigidité,  $\mathbf{C}$  la matrice contient les effets gyroscopiques et les effets centrifuges,  $\mathbf{D}$  représente les effets d'amortissement visqueux,  $\mathbf{q}_N$  et  $\mathbf{F}(t)$  sont les vecteurs déplacement nodaux et forces extérieures appliquées.

La prise en compte de l'accélération du rotor en rotation donne lieu à un système d'équations à matrices dépendant du temps. Il apparaît que l'expression de ces équations dans des régimes de rotation pseudo-constant peut être décrite par l'intermédiaire de matrices de comportement invariantes temporellement. Cette approximation est valable dans la majorité des applications. Le système d'équations différentielles devient:

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{q}}_N + (2\Omega \mathbf{G} + \mathbf{D}) \dot{\mathbf{q}}_N + (\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{N}) \mathbf{q}_N = \mathbf{F}(t) \quad (3.26)$$

dans lequel  $\mathbf{M}_0$  est la partie constante de la matrice  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{N}$  proviennent de la décomposition de la matrice  $\mathbf{C}$ . Cette expression présente l'intérêt de pouvoir être manipulée et calculée sous Matlab® beaucoup plus facilement.

### 3 Analyse des propriétés dynamiques d'une broche en rotation

Le modèle éléments finis permet une investigation des propriétés dynamiques d'une broche en rotation. Un panel d'outils numériques d'analyse est développé sous Matlab® pour simuler le modèle de broche dans des conditions de sollicitations représentatives de la réalité. Le choix du support de développement a été porté sur l'outil Matlab® pour les nombreuses fonctionnalités qu'il autorise. Ces outils sont présentés ci-dessous :

- L'analyse modale expérimentale d'un système dynamique se fait classiquement par choc au marteau d'impact et mesure de la vibration du système en quelques points caractéristiques du système. Pour modéliser cet essai **la réponse harmonique** aux nœuds du modèle de broche est développée. Les réponses obtenues sont les Fonctions de Réponse en Fréquence (FRF). Une investigation de la réponse harmonique en fonction de la vitesse de rotation est conduite afin d'évaluer l'influence de la vitesse de rotation sur le comportement dynamique de la broche.
- L'outil privilégié pour représenter l'évolution du comportement dynamique de la broche en fonction de sa vitesse de rotation est le **diagramme de Campbell** [Lalanne & Ferraris 01]. Il permet d'observer une cartographie globale de l'évolution des modes du système sur la plage de vitesse considérée.
- Les sollicitations d'une broche en usinage sont essentiellement dues aux efforts d'usinage et aux efforts résultants de balourd résiduel des pièces en rotation. Les analyses vibratoire du modèle sous ces sollicitations se nomment respectivement **réponse synchrone** et **réponse au balourd** du système.

#### 3.1 Analyse harmonique du modèle

Cette analyse permet de tracer la FRF représentative de la réponse vibratoire d'un nœud  $i$  du modèle à la suite d'un choc au marteau d'impact à un nœud  $j$ . De cette

FRF peuvent être extraits la fréquence et l'amortissement des modes lorsque la broche est à l'arrêt ou bien tourne à une vitesse de rotation donnée.

En posant  $\mathbf{q}(t) = \underline{\mathbf{Q}}e^{j\omega t}$  l'équation différentielle devient :

$$\left[ -\mathbf{M}_0\omega^2 + j\omega(2\Omega\mathbf{G} + \mathbf{D}) + (\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{N}) \right] \underline{\mathbf{Q}}(j\omega) = \underline{\mathbf{F}}(j\omega) \quad (3.27)$$

La matrice des fonctions de transfert de la broche est définie par :

$$\mathbf{H}(j\omega) = \Lambda^{-1}(j\omega) \text{ avec } \Lambda(j\omega) = \left[ -\mathbf{M}_0\omega^2 + j\omega(2\Omega\mathbf{G} + \mathbf{D}) + (\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{N}) \right] \quad (3.28)$$

Il est ensuite possible de tracer les fonctions de transfert  $H_{ij}(j\omega)$  en n'importe quel nœud  $i$  sur les directions x, y ou z résultant d'une excitation en un nœud  $j$  (Figure 3-7).

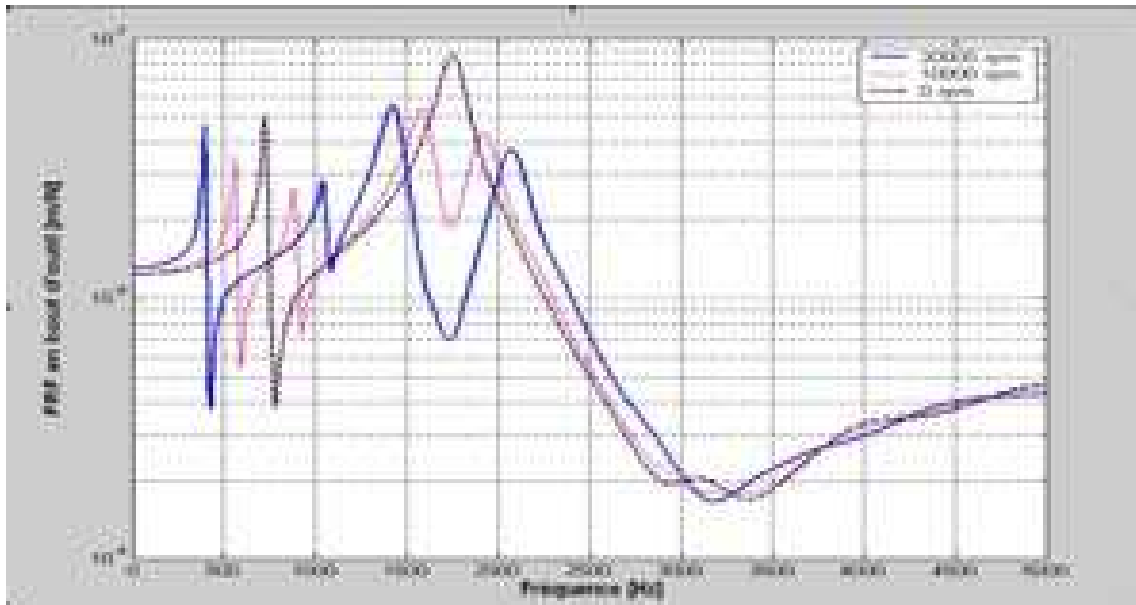


Figure 3-7 : FRF du nœud en bout d'outil pour des rotations de broche de 0, 10000 et 20000 tr/mn.

Il est intéressant de noter que les propriétés dynamiques résultants des effets gyroscopiques, des effets centrifuges et d'assouplissements par rotation propre du système produisent des variations significatives de la FRF. On note, en particulier, l'apparition d'un dédoublement des modes observés sur la FRF à l'arrêt en deux modes respectifs de précession directe et inverse. Le Tableau 3-1 indique les pourcentages de



variation relative de la fréquence de ces modes par rapport à leur valeur à l'arrêt aux vitesses de rotation considérées. Soit 10000 tr/mn et 20000 tr/mn.

Vitesse de broche	0 tr/mn	10000 tr/mn	20000 tr/mn
Mode 1 flexion	727 Hz	560-880 Hz	310-1120 Hz
% variation		-23 +21	-57 +54
Mode 2 flexion	1757 Hz	1580-1920 Hz	1345-2150
% variation		-10 +9	-23 +22

Tableau 3-1 : Variation des modes de flexion en fonction de la vitesse de rotation.

## 3.2 Diagramme de Campbell

La stabilité des machines-outil dépend du comportement dynamique de la structure qui est, la plupart du temps, exprimé sous la forme de fonctions de réponse en fréquence. La prise en compte des effets dynamiques liés aux grandes vitesses de rotation rendent ces fonctions dépendantes de la vitesse. On peut observer, lorsque la vitesse de broche s'accroît, une évolution des propriétés dynamiques du système par rapport à leur valeur à l'arrêt. Pour un arbre en rotation, un couplage des modes de vibration dans deux plans perpendiculaires apparaît. Il modifie les modes naturels du système en séparant chaque fréquence observée à l'arrêt en une paire de fréquence directe et indirecte. Ces deux modes de déformations sont communément appelés, dans le domaine de la dynamique des rotors, modes de précession direct et inverse d'un arbre en rotation [Lalanne & Ferraris 01], [Childs 93]. Les valeurs de ces modes vont évoluer de part et d'autre de la valeur initiale broche non tournante en fonction de la vitesse de rotation. On aura ainsi un mode croissant et un mode décroissant.

L'outil privilégié pour caractériser l'évolution de comportement dynamique de la broche en fonction de sa vitesse de rotation est le diagramme de Campbell couramment utilisé en dynamique des rotors [Lalanne & Ferraris 01].

On calcule l'évolution des modes de flexion à partir de l'équation différentielle 3.26.

Transformation en espace d'état :

En posant  $\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{pmatrix}$  on peut écrire l'équation (3.26) sous la forme

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{F} \quad (3.29)$$

dans laquelle  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_0^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}_0^{-1}(2\Omega\mathbf{G} + \mathbf{D}) \end{bmatrix}$  et  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_0^{-1} \end{bmatrix}$ .

L'équation (3.29) transforme (3.26) en une équation du premier ordre et permet sa résolution aux valeurs propres.

Le tracé du diagramme de Campbell (Figure 3-8) nécessite au préalable d'effectuer une analyse modale afin de connaître les valeurs des modes à vitesse nulle. Sur la gamme de vitesse considérée, le calcul de la valeur fréquentielle des modes propres de flexion est réalisé par la résolution du système aux valeurs propres de l'équation (3.29). Les résultats permettent d'isoler un mode croissant et un mode décroissant en fonction de la vitesse de rotation de la broche associé à une fréquence modale initiale. Cette évolution fréquentielle des modes est tracée en fonction de la vitesse de rotation de la broche.

Sur le diagramme de Campbell sont ajoutées deux droites partant de l'origine. Elles représentent respectivement une excitation balourd et une excitation synchrone (proportionnelle à la vitesse) due aux impacts des Z dents d'une sur la pièce à usiner (ici  $Z = 4$ ).

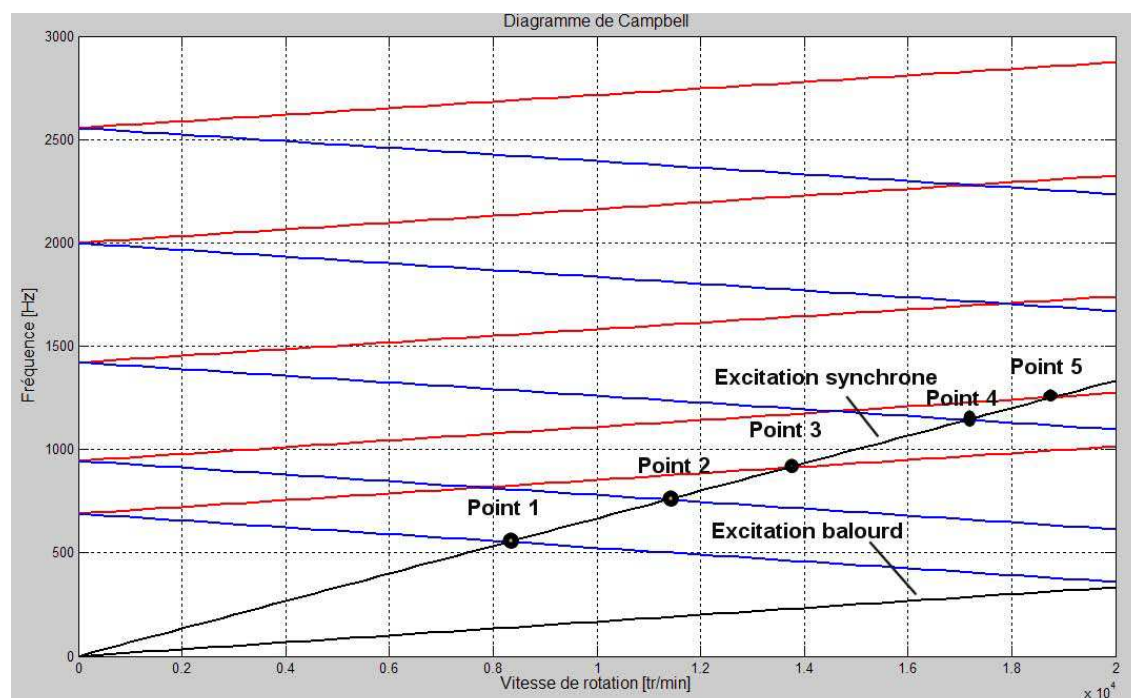
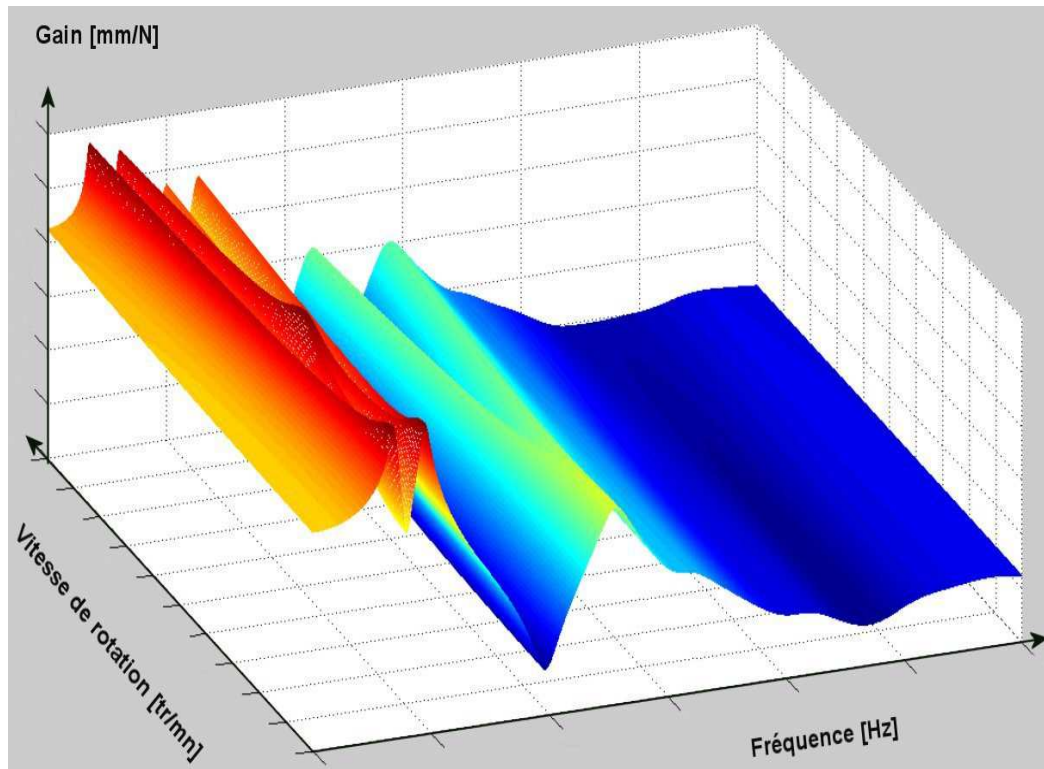


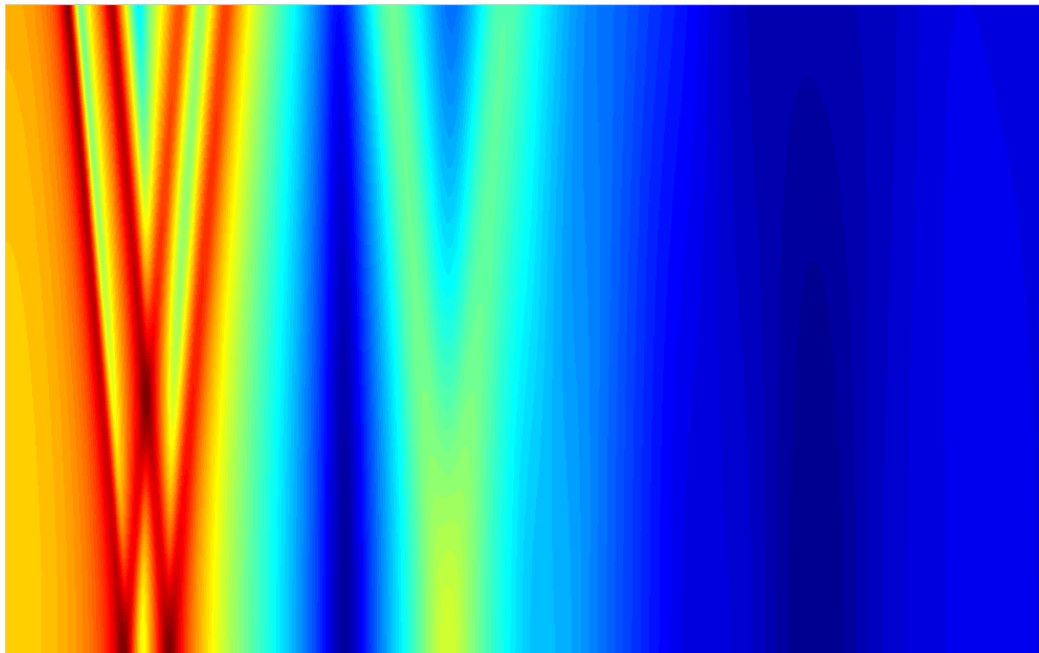
Figure 3-8 : Diagramme de Campbell

On remarque sur la Figure 3-8 cinq points d'intersections entre la droite représentative de l'excitation synchrone et les courbes représentatives de l'évolution des modes de flexion en fonction de la vitesse de broche. Ces points d'intersections indiquent les vitesses de broche potentiellement critiques qui nécessitent une analyse vibratoire plus approfondie. Pour connaître le comportement de la broche dans ces zones de vitesse, une analyse de la réponse aux nœuds du modèle à une excitation synchrone est nécessaire.

Un bouclage numérique sur la fréquence et la vitesse de rotation de broche, permet d'observer l'évolution de la FRF considérée sur un diagramme trois dimensions (Figure 3-9a). La vue de dessus de ce diagramme (Figure 3-9b) correspond au diagramme de Campbell et chaque coupe verticale par un plan parallèle à  $f = 0$  Hz permet d'observer l'évolution de la FRF en fonction de la vitesse de broche.



a) FRF 3D de la broche du nœud en bout d'outil



b) Campbell ou vue de dessus de la FRF 3D de la broche

Figure 3-9 : Diagramme 3D de la fonction de réponse en fréquence.

### 3.3 Réponse à une excitation synchrone

Les sollicitations principales d'une broche en usinage proviennent des efforts de coupe. Les dents de l'outil génèrent un choc ou un impact sur la broche lorsqu'elles rentrent en contact avec la pièce à usiner. La sollicitation globale résultante peut être modélisée par un effort de fréquence d'apparition proportionnelle au nombre de dents de la fraise et à la fréquence de rotation de la broche. Ainsi une fraise possédant  $Z$  dents impactera  $Z$  fois la pièce durant un tour. On nommera cette excitation synchrone du fait de la proportionnalité de sa fréquence d'apparition avec la vitesse de rotation.

Ainsi en posant  $\mathbf{q}(t) = \underline{\mathbf{Q}}e^{j\Omega t}$  et  $\mathbf{F}(t) = \underline{\mathbf{F}}e^{jZ\omega t}$  l'équation différentielle devient :

$$(-\mathbf{M}_0(Z\omega)^2 + j(Z\omega)(2\Omega\mathbf{G} + \mathbf{D}) + (\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{N}))\underline{\mathbf{Q}}e^{j\omega t} = \underline{\mathbf{F}}e^{jZ\omega t} \quad (3.30)$$

La nouvelle matrice des fonctions de transfert de la broche est définie par :

$$\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{\Lambda}^{-1}(j\omega)$$

avec  $\mathbf{\Lambda}(j\omega) = (-\mathbf{M}_0(Z\omega)^2 + j(Z\omega)(2\Omega\mathbf{G} + \mathbf{D}) + (\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{N}))$  (3.31)

Il est ensuite possible de tracer les fonctions de transfert  $H_{ij}(j\omega)$  en tout nœud  $i$  sur les directions  $x$ ,  $y$  ou  $z$  résultant d'une excitation de type effort de coupe sur le nœud en bout d'outil du modèle (Figure 3-10).

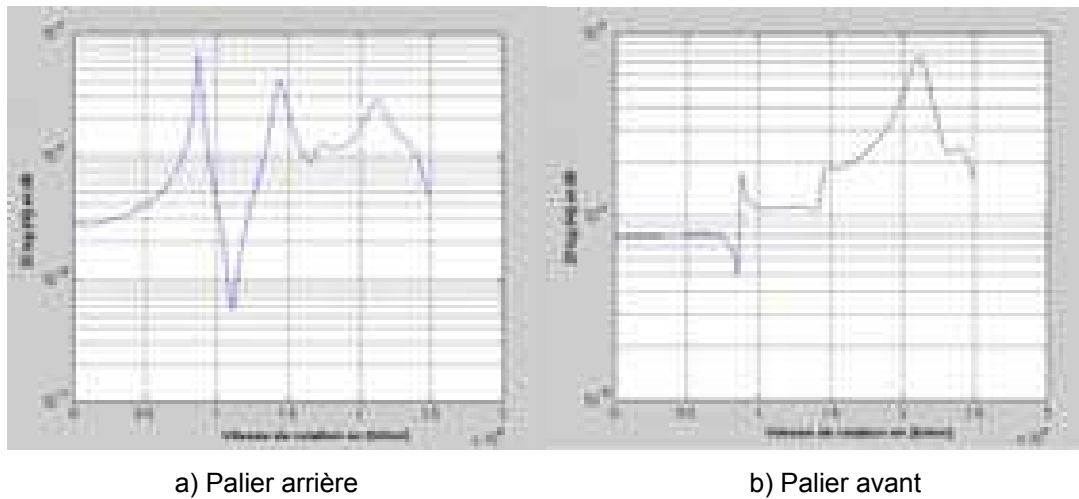


Figure 3-10 : Amplification vibratoire au palier arrière et avant consécutive à une excitation d'usinage d'une fraise 5 dents.

Les amplifications vibratoires sont observées à des vitesses de rotation particulières de la broche. Ces vitesses correspondent aux intersections mises en évidence sur le diagramme de Campbell (Figure 3-8) entre les modes de précession directe et inverse et la droite représentative de l'excitation synchrone d'une fraise 5 dents. Les amplifications vibratoires sont fortement dépendantes des propriétés d'amortissement introduites dans le modèle numérique. Une attention particulière doit être portée au réglage de celles-ci.

L'analyse des courbes obtenues Figure 3-10 fournit des indications importantes relatives à la sollicitations des roulements en fonction de la vitesse de rotation de la broche. Les ratios d'amplitude vibratoire peuvent atteindre les valeurs de 15 et de quelques centaines respectivement pour le palier avant et le palier arrière. Ces sollicitations vibratoires sont des mécanisme de fatigue pour les composants et se traduisent directement par une diminution de la durée de vie des roulements. Ainsi certaines plages de vitesse de rotation sont à éviter pour maintenir la broche opérationnelle en production et éviter de réduire sa durée de vie de façon prématurée. Pour le cas illustré Figure 3-10 qui correspond à une fraise 5 dents montée dans une broche Fischer il est préférable d'éviter les vitesses de rotation avoisinant 6000, 9000 et 13000 tr/mn.

### 3.4 Réponse au balourd

Tout arbre animé d'un mouvement de rotation présente un balourd. Ce balourd fait l'objet de norme d'équilibrage pour les broches d'usinage. L'analyse des conséquences vibratoires d'une excitation balourd sur une broche d'usinage permet d'identifier les vitesses de rotation critiques.

L'excitation balourd se caractérise par un effort radial proportionnel à la masse du balourd considéré et au carré de la vitesse de rotation de la broche.

En posant  $\mathbf{q}(t) = \underline{\mathbf{Q}}e^{j\Omega t}$  et  $\mathbf{F}(t) = \underline{\mathbf{F}}\Omega^2 e^{j\Omega t}$  l'équation différentielle devient :

$$(-\mathbf{M}_0\Omega^2 + j\Omega(2\Omega\mathbf{G} + \mathbf{D}) + (\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{N}))\underline{\mathbf{Q}}e^{j\Omega t} = \Omega^2\underline{\mathbf{F}}e^{j\Omega t} \quad (3.32)$$

La matrice des fonctions de transfert de la broche est définie par :

$$\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{A}^{-1}(j\omega)$$

$$\text{avec } \Lambda(j\omega) = \frac{1}{\omega^2} \left[ -\mathbf{M}_0 \omega^2 + j\omega(2\omega\mathbf{G} + \mathbf{D}) + (\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{N}) \right] \quad (3.33)$$

Il est ensuite possible de tracer les fonctions de transfert  $H_{ij}(j\omega)$  en tout nœud  $i$  sur les directions x, y ou z résultant d'un balourd placé en un nœud  $j$  ( Figure 3-11).

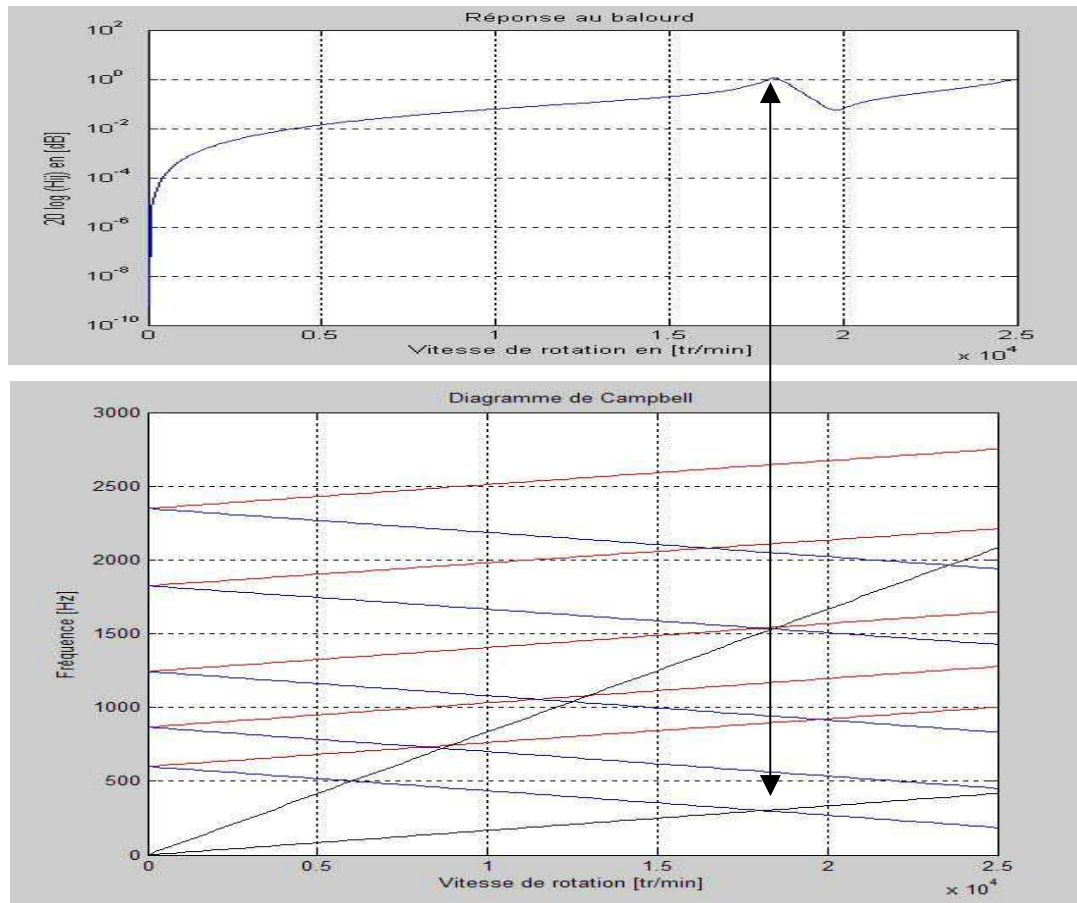


Figure 3-11 : Réponse au balourd en bout d'outil

On remarque une amplification vibratoire de la réponse à une excitation de type balourd à la fréquence de rotation de 18000 tr/min. On peut constater que la valeur de la vitesse de rotation critique est la même que celle indiquée par le diagramme de Campbell (Figure 3-11). L'amplification vibratoire à cette vitesse est fortement dépendante des propriétés d'amortissement introduites dans le modèle numérique.

Remarque : La vitesse critique, mise en évidence sur la réponse au balourd de la broche considérée, montre une bonne conception de broche. En effet la vitesse limite maximale de la broche étudiée est de 15000 tr/mn. La vitesse critique ne sera donc jamais traversée.

## **4 Validation des propriétés dynamiques d'une broche en rotation**

Les propriétés dynamiques d'une broche en rotation ont été mises en évidence par simulation du modèle numérique de connaissance de la broche. Une validation expérimentale est nécessaire pour garantir la fiabilité de la prédiction.

A cet effet, un banc d'expérimentation est réalisé (Figure 3-12). Il permet la mesure vibratoire radiale de l'arbre de broche en rotation au cours d'un usinage. L'excitation sur l'arbre résulte de l'impact des dents de la fraise dans la pièce à usiner. La fréquence d'excitation est donc proportionnelle au nombre de dents et à la fréquence de rotation. Elle est synchrone avec la rotation de l'arbre. L'expérience présentée est réalisée sur une broche UGV de marque *Fischer* de 25 kW à 15000 tr/mn. D'autres broches ont fait l'objet de caractérisation identique et ont permis de valider notre approche expérimentale. L'excitation provient de l'impact des dents d'une fraise 5 dents au contact de la pièce usinée. Par ce moyen, les problèmes et défauts d'un impact marteau sur un corps tournant signalés dans l'approche bibliographique sont évités.



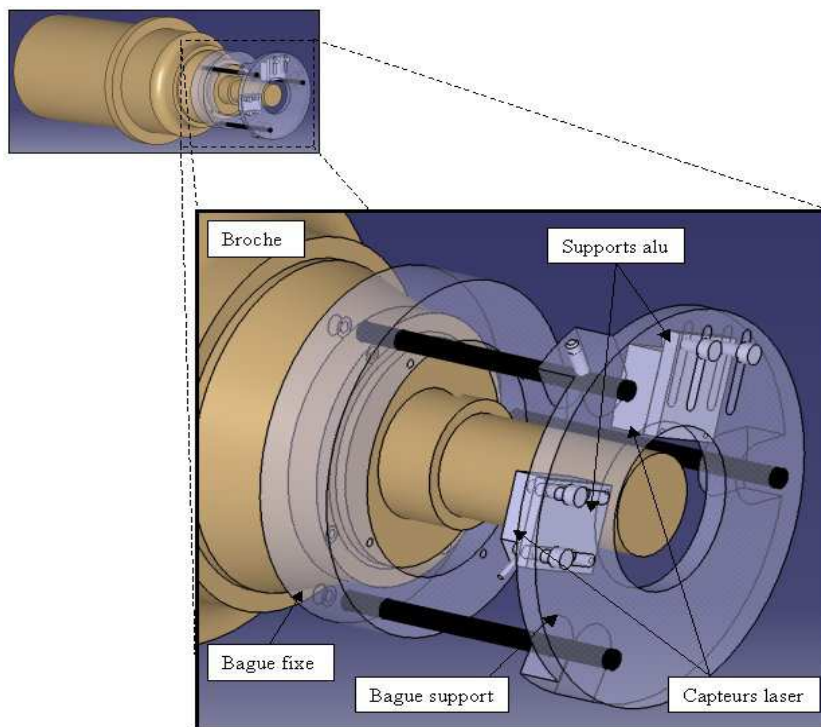


Figure 3-12 : Banc d'essai pour la mesure des vibrations radiales d'une broche.

La vibration du corps d'outil est enregistrée en fonction de la vitesse de rotation de la broche par l'intermédiaire d'un capteur de déplacement laser (Figure 3-13) de marque Keyence (résolution de  $0.01\mu\text{m}$ , linéarité de  $\pm 0.05\%$  de l'étendue de mesure, diamètre du spot :  $12\mu\text{m}$  et fréquence d'acquisition  $50\text{ kHz}$ ).

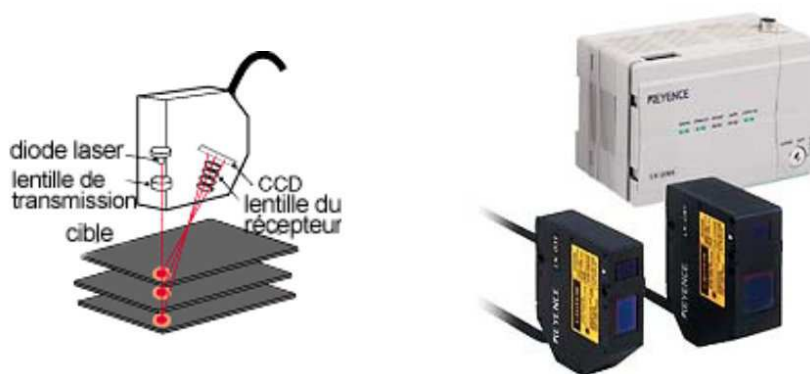


Figure 3-13 : Capteur laser Keyence.

Durant l'expérience d'usinage (Figure 3-14), la vitesse de rotation de broche varie de façon continue entre 5000 et 15000 tr/mn. Ainsi toutes les fréquences comprises entre 416 Hz et 1250 Hz sont excitées et la vibration radiale de l'arbre tournant est mesurée (Figure 3-15).

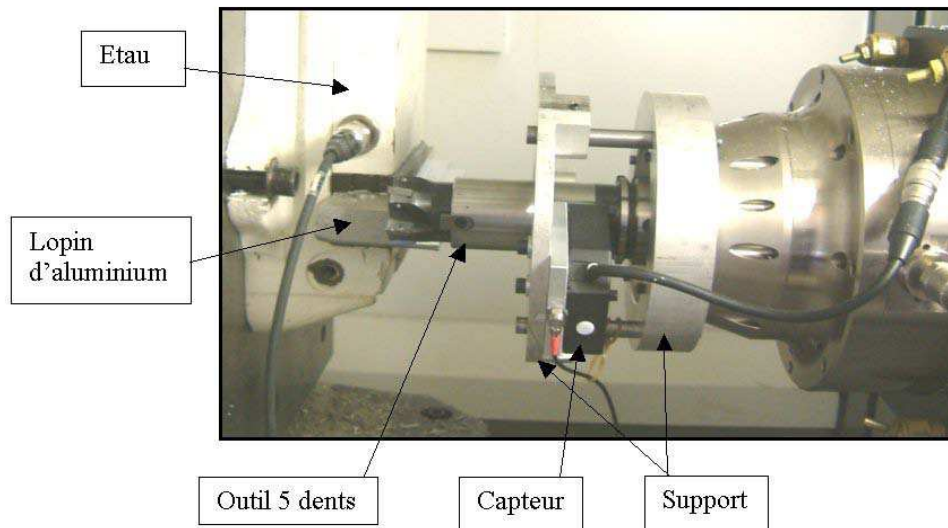


Figure 3-14 : Essais sur centre de fraisage PCI-SCMM.

Le signal mesuré présente, outre un bruit de mesure important représentatif du faux rond et des défauts d'états de surface du corps d'outil, cinq pics d'amplifications vibratoires à des positions distinctes de vitesse de rotation de la broche (Figure 3-15).

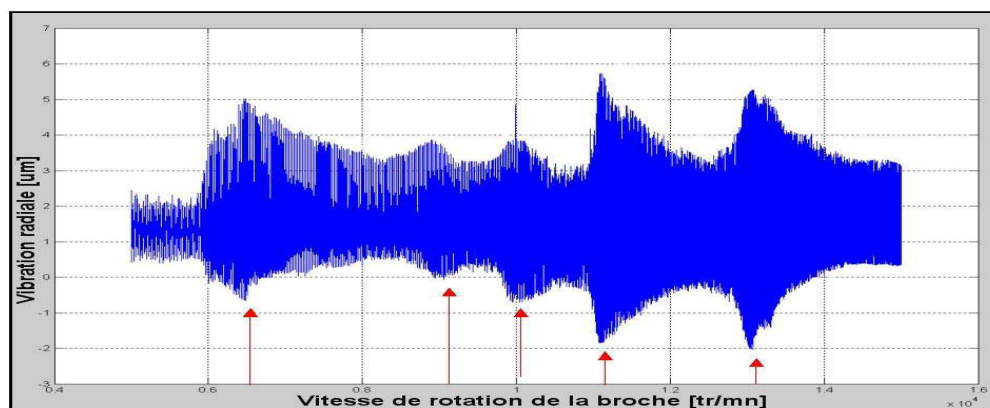


Figure 3-15 : Vibrations radiales de l'arbre de broche en fonction de la vitesse de rotation.

La comparaison (Figure 3-16) du signal mesuré à la prévision du diagramme de Campbell permet d'observer la concordance des régimes de vitesses critiques. Les intersections de la droite noire représentative d'une excitation due à une fraise 5 dents avec les modes du modèle sont représentées par les points 1 à 5.

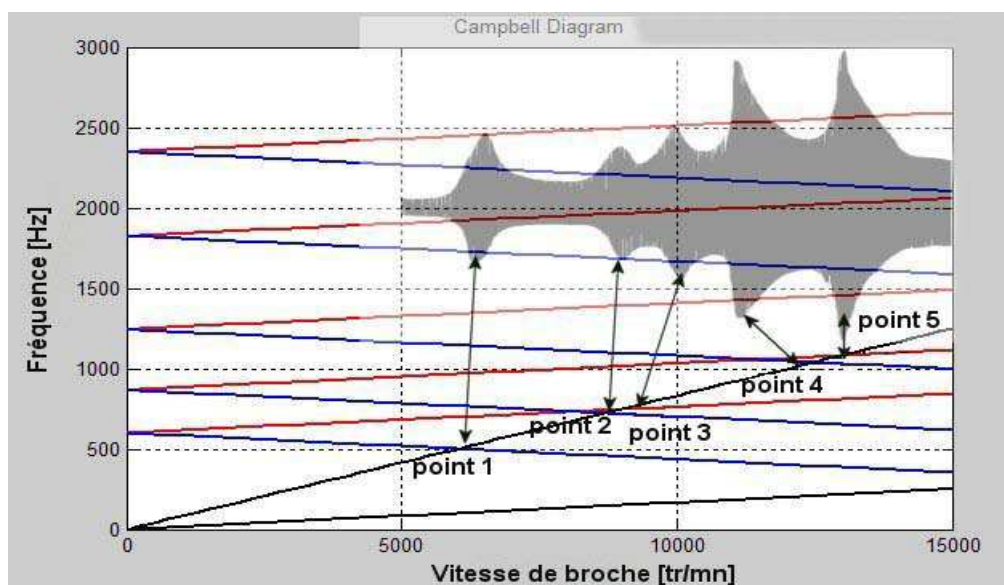


Figure 3-16 : Vibrations radiales de l'arbre de broche en fonction de la vitesse de rotation.

Le nombre de vitesses critiques prédites par le modèle est identique à celui des amplifications vibratoires mesurées expérimentalement (Tableau 3-2). Les erreurs de position fréquentielle résultent, en partie, de l'erreur résiduelle à l'issue de la procédure de recalage du modèle. En effet un écart initial sur les modes à l'arrêt du modèle induit directement une variation sur la prédiction des intersections.

Vitesse de broche observée expérimentalement (tr/mn)	6510	8970	10000	11080	13030
Vitesse de broche prédite par le modèle (tr/mn)	6065	8630	9000	12500	12940
% erreur	6.8	3.7	10	12.8	0.7

Tableau 3-2 : Pourcentage d'erreur sur la prédiction des vitesses critiques.

Lors de la procédure de recalage du modèle, l'effort a été porté sur le recalage modal et harmonique précis du mode 2 de flexion. Ce mode, on le verra par la suite, joue un rôle primordial dans l'analyse de la stabilité de la coupe en fraisage. On peut constater que les intersections des modes direct et inverse relatives à cette fréquence de flexion avec la droite représentative de l'excitation synchrone présentent les erreurs de prédiction les plus faibles.

Une analyse modale expérimentale est conduite sur le support capteur de façon à identifier ses modes propres et à écarter les amplifications vibratoires résultant de l'excitation de ces modes durant l'expérience de fraisage (Figure 3-17). Le mode prépondérant étant aux alentours de 350 Hz, la résonance du support a lieu vers 4200 tr/min ( $350 \times (60/5)$ ). La mesure, de 5000 à 15000 tr/min, n'est donc pas faussée par les vibrations du support.

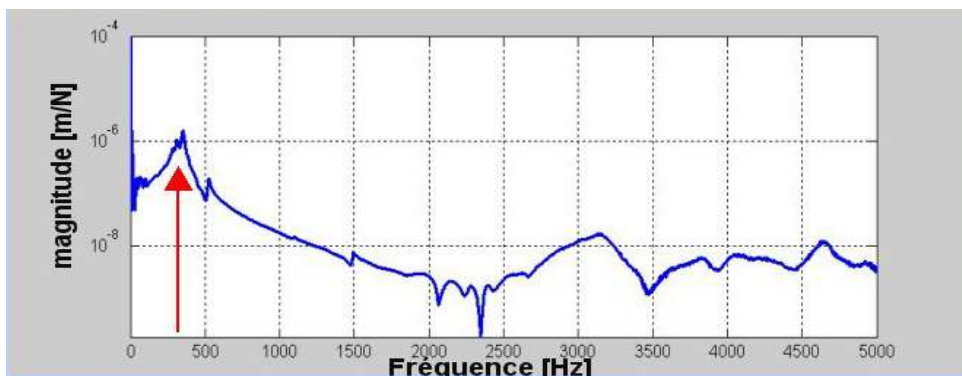


Figure 3-17 : Analyse modale du support capteur.

## 5 Conclusion

A l'issue de ce chapitre, un modèle dynamique de broche en rotation est élaboré. Les mouvements du rotor sont modélisés par superposition des petits déplacements élastiques autour du mouvement principal de rotation « corps rigide ». Pour introduire ces déplacements élastiques, une méthode éléments finis est utilisée. Un élément spécial de poutre en rotation est développé et donne un bon compromis précision / complexité. Les équations de *Lagrange* associées à la modélisation éléments finis permettent de déterminer l'équation différentielle du mouvement dynamique du rotor.

La simulation du modèle de broche met en évidence des propriétés spécifiques du comportement dynamique. On montre, en particulier, que le comportement évolue de façon significative avec la vitesse de rotation de la broche. Le modèle présenté se démarque ainsi des modèles de broche non tournante présentés dans la littérature ou utilisés industriellement.

Enfin les propriétés dynamiques mises en évidence par le modèle numérique de la broche en rotation ont été validées expérimentalement. La prise en compte nécessaire des variations des propriétés dynamiques en fonction de la vitesse de rotation constitue un apport dans la connaissance des phénomènes vibratoires des broches en usinage.

L'étude des conditions de stabilité en usinage du couple électrobroche-outil apparaît comme une perspective particulièrement intéressante. En effet, les conséquences des variations de propriétés dynamiques des broches en fonction de leur vitesse de rotation doivent influencer les régimes de stabilité en usinage. Ces aspects sont étudiés dans le chapitre 4.

# Chapitre 4 : STABILITE DE LA COUPE EN USINAGE

---

## 1 Introduction

L'utilisation rationnelle de l'UGV est encore fortement pénalisée par les lacunes dans la connaissance de la coupe et plus particulièrement par les phénomènes vibratoires générés par cette dernière. Dans certaines conditions d'utilisation, ces phénomènes peuvent dégrader fortement la qualité de la surface usinée et accélérer l'usure de certains éléments sensibles des moyens de production comme les outils de coupe ou les broches.

Les évolutions de conception de machines, conjuguées aux grandes vitesses de rotation des électrobroches sollicitent les structures dans des plages de fréquences plus étendues. De nouvelles vitesses critiques sont franchies et favorisent le développement de ces phénomènes vibratoires.

La compréhension et la maîtrise de ces problèmes ont suscité de nombreuses recherches, principalement focalisées sur l'instabilité de la coupe dont la principale manifestation est le broutement. Des modèles décrivant les interactions outil – pièce ont été développés, depuis les années 1950, sur l'étude de la coupe orthogonale en tournage pour comprendre l'apparition du phénomène de broutement [Tobias, Fishwick 58], [Tlusty & Polacek 63], [Merrit 65]. Ces études ont permis de mieux comprendre les phénomènes d'instabilité et ont contribué à leur prédiction. Ils ont abouti à une charte

graphique appelée le diagramme des lobes de stabilité qui représente la frontière entre un usinage stable (sans broutement) et un usinage instable (avec broutement). L'extension de ces modèles à l'étude de la dynamique de la coupe en fraisage est, en revanche, rendue délicate par la complexité même de cette dernière. A la différence de la coupe orthogonale continue, la coupe en fraisage est le lieu de nombreuses non-linéarités qui peuvent être faibles, comme la variation des efforts de coupe dans le temps et dans l'espace quand une dent est en prise avec la matière, ou fortes, comme la discontinuité due aux passages des dents hors de la matière. Et enfin, la périodicité de la coupe entraîne le développement de vibrations forcées.

La première partie de ce chapitre décrit le phénomène physique de l'instabilité de la coupe. La deuxième partie introduit les différentes méthodes de détermination de la transition stabilité / instabilité d'une opération d'usinage.

La troisième partie présente les différents modèles du système broche – outil – pièce nécessaires à la prédiction de la stabilité de la coupe. Le champ de l'étude est ensuite restreint à l'analyse de l'influence du comportement dynamique des électrobroches sur la stabilité. Une analyse critique des techniques expérimentales et des approches de modélisation de la littérature pour identifier les propriétés dynamiques des broches est conduite. La théorie des lobes de stabilité sous sa forme semi-analytique est présentée et utilisée pour la suite de l'étude.

La quatrième partie est consacrée à l'intégration du modèle d'électrobroche élaboré dans le chapitre 3 dans l'approche de stabilité de broutement décrite par *Altintas et Budak* [Altintas & Budak 1995]. L'approche proposée permet d'élaborer un nouveau diagramme des lobes de stabilité basé sur les propriétés dynamiques effectives de l'électrobroche à la vitesse de rotation considérée. Les apports dans la compréhension des phénomènes dynamiques relatifs à la stabilité de la coupe sont mis en évidence. Des essais expérimentaux permettent l'évaluation et la validation de ces résultats en terme de précision et de qualité dans la prédiction de la stabilité.

## 2 Phénomènes d'instabilité de la coupe

On distingue en fraisage deux types de vibrations : les *vibrations forcées* et les *vibrations auto-entretenues*.

Les *vibrations forcées* sont dues à une variation cyclique des efforts de coupe, par exemple : le passage des dents en fraisage. Elles sont en phase avec la source d'excitation et leur influence sur la qualité de la surface usinée est négligeable.

Les *vibrations auto-entretenues*, aussi appelées vibrations régénératives (chatter en anglais), proviennent de l'instabilité du régime de coupe précédemment décrit dans certaines conditions de coupe. Les études réalisées sur l'analyse du broutement en tournage [Doi & Kato 56] ont permis d'expliquer les vibrations auto-excitées comme la conséquence d'un déphasage entre la variation des efforts de coupe et le mouvement vibratoire de la structure.

Deux raisons majeures ont été données par la suite à ce déphasage :

- le retard de la force de coupe par rapport à la variation de l'épaisseur de coupe
- le mécanisme de régénération de la surface qui rend l'épaisseur du copeau dépendante du mouvement vibratoire de l'outil aux précédents tours du fait des ondulations laissées sur la surface usinée lors des passages successifs de l'outil.

### 2.1 Régénération de la surface

La modélisation du phénomène de régénération de surface a été mis en évidence pour des opérations de tournage en coupe orthogonale [Tobias, Fishwick 58], [Tlustý & Polacek 63]. Des modes du système Broche-Outil-Pièce (BOP) sont excités par les forces de coupe. La surface finie ondulée laissée par une dent (en fraisage) ou par l'outil (en tournage) (Figure 4-1), est attaquée par la dent suivante qui laisse à son tour et en fonction de sa propre vibration une surface ondulée.



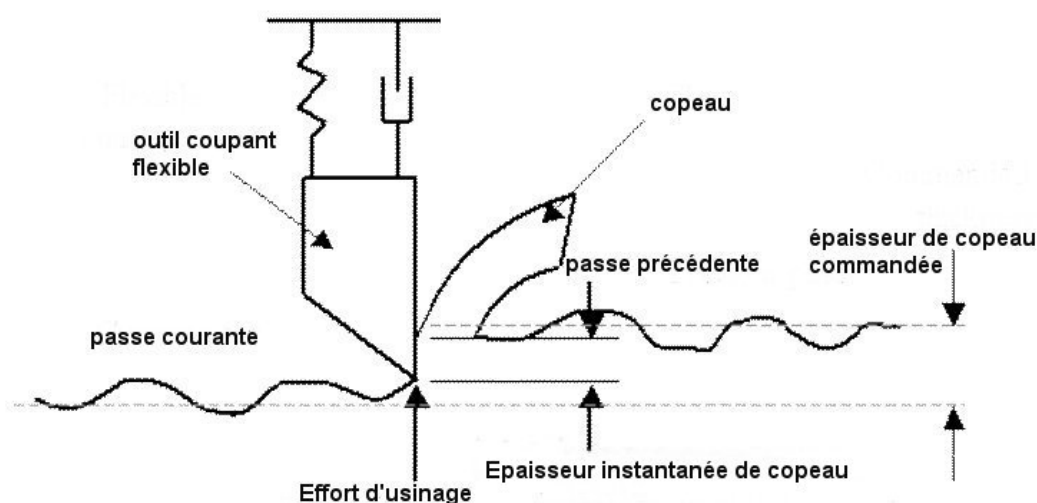


Figure 4-1 : Variation de l'épaisseur du copeau due aux vibrations relatives outil/pièce

Deux évolutions sont alors possibles. Si le déphasage entre l'ondulation de la surface et la trajectoire de l'outil est quasiment nul, la variation de l'épaisseur de copeau est relativement peu sensible à ces effets dynamiques et l'amplitude des vibrations diminue petit à petit pour tendre vers zéro. A l'inverse, si le déphasage est prononcé et si l'amortissement ou la rigidité de la structure sont insuffisants, les variations de la section de copeau vont exciter la structure et les vibrations vont se développer significativement jusqu'à se stabiliser à un seuil où la coupe est discontinue, l'amplitude et la période des vibrations étant alors telles que l'outil se retrouve sur une (ou plusieurs) portion(s) de tour hors de la matière.

## 2.2 Phénomène de couplage des modes

*Thusty et Polacek* [Thusty & Polacek 63] expliquent également les vibrations auto-entretenues par un mécanisme de couplage entre deux modes orthogonaux de l'outil ou de la pièce, sous l'effet des efforts de coupe. Ce couplage engendre un mouvement relatif elliptique de l'extrémité de l'outil par rapport à la pièce, provoquant ainsi une variation de l'épaisseur de copeau, et donc une variation de l'effort de coupe. L'étude de ce phénomène est similaire à celle du mécanisme régénératif précédemment évoqué avec un degré de complexité plus important.

## 2.3 Talonnage

L'incidence du talonnage sur la stabilité de la coupe a été étudié par *Albrecht* [Albrecht 60]. Le talonnage apparaît lorsque la face de dépouille de l'outil entre en contact avec la surface usinée, et vient frotter sur celle-ci. L'étude du talonnage de l'outil avec la pièce permet d'expliquer l'apparition de pics d'efforts de coupe en déphasage avec l'épaisseur de copeau [Endre 92]. Ce déphasage provient de la réponse dynamique de l'outil à l'impact et permet d'expliquer la stabilité de la coupe aux faibles vitesses de coupe [Kegg 69].

## 3 Prédiction des vibrations en usinage

Les travaux ayant trait à l'étude du broutement se distinguent par les méthodes de modélisation et de résolution. Les méthodes analytiques ou semi-analytiques permettent de calculer l'apparition des vibrations à partir des caractéristiques géométriques et dynamiques du système usinant sans intégrer les équations. Les méthodes numériques [Insperger & Stépan 00], [Peigné 03] permettent de connaître l'état du système à chaque instant en intégrant les équations du mouvement.

La description de la dynamique de la coupe s'appuie sur deux modèles :

- le modèle mécanique du comportement dynamique de l'ensemble broche – outil – pièce,
- Le modèle d'effort de coupe.

### 3.1 Problématique de la modélisation du système broche – outil – pièce pour la stabilité

Les modèles couramment utilisés consistent à modéliser l'outil ou la pièce comme un système « masse - ressort - amortisseur » à un degré de liberté dans la direction normale à l'avance. Des modèles à deux degrés de liberté sont utilisés pour étudier le phénomène de couplage entre deux modes propres orthogonaux. Ces modélisations offrent une précision acceptable dans la détermination des conditions limites de stabilité, en dépit de leur simplicité.

L'ensemble des modèles utilisés supposent des caractéristiques dynamiques du système usinant constantes quelles que soit la vitesse de broche, la position de la résultante de l'effort de coupe sur l'axe de l'outil et la géométrie de la pièce.

Cependant l'étude de l'usinage de pièces à parois minces et de forme complexe montre que ces hypothèses de modélisation ne sont pas adaptée. *Lapujoulade* [Lapujoulade et al. 02] et *Thévenot* [Thévenot et al. 04], ont montré sur la base d'une approche respectivement numérique et semi- analytique que les lobes de stabilité ne sont pas constants durant l'usinage et dépendent directement de la position relative de l'outil par rapport à la pièce.

Le comportement dynamique de la broche est aussi supposé constant sur la gamme de vitesse de rotation et généralement déterminé par l'identification de la FRF en bout d'outil lorsque la broche à l'arrêt. Nous présentons dans la partie suivante une analyse critique des méthodes, proposées dans la littérature, relatives à la prise en compte du comportement dynamique d'une électrobroche pour l'étude de la stabilité de la coupe.

### **3.1.1 Approche par identification du comportement**

Le comportement dynamique du système est généralement identifié à l'issue d'une analyse modale expérimentale réalisée broche non tournante. Cette procédure, utilisée industriellement, permet de prédire les conditions de stabilité en usinage. Cependant, des gains substantiels de précision dans la prédiction peuvent être envisagés en affinant la procédure d'identification ou de modélisation du comportement dynamique du couple électrobroche – outil.

Peu de travaux ont porté sur l'intégration des variations du comportement dynamique d'une broche en fonction de sa vitesse de rotation dans l'étude de la stabilité de la coupe.

Une approche expérimentale de prédiction de la stabilité de la coupe destinée à intégrer les variations de propriétés dynamiques de l'électrobroche en fonction de sa vitesse de rotation est proposée [Schmitz & al. 04]. Après avoir mesuré, dans deux directions radiales, les FRF pour un nombre discret de fréquence de rotation, une matrice **A** des fonctions de transfert est identifiée.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} G_x & \alpha_{xy} G_y \\ \alpha_{xy} G_x & \alpha_{yy} G_y \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

dans laquelle  $G_x$  et  $G_y$  sont les FRF mesurée de l'outil dans les directions  $x$  et  $y$ . Les termes  $\alpha_{xx}, \alpha_{yy}, \alpha_{xy}, \alpha_{yx}$  dépendent des angles d'entrée et de sortie de l'outil dans la matière. Les valeurs propres complexes  $\lambda$  sont déterminées par la résolution du système aux valeurs propres  $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0$  puis exploitées pour l'analyse de la stabilité de la coupe.

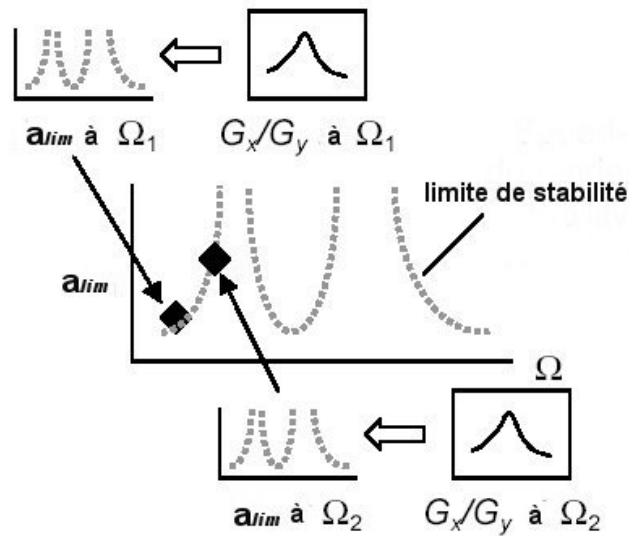


Figure 4-2 : Méthode d'élaboration du diagramme des lobes de stabilité

Un nouveau diagramme de lobes de stabilité est élaboré point par point en sélectionnant pour chaque vitesse de broche ( $\Omega_1, \Omega_2, \dots$ ) l'unique point valide du diagramme de lobe élaboré sur les propriétés de la broche à la vitesse considérée. La méthode est illustrée Figure 4-2.

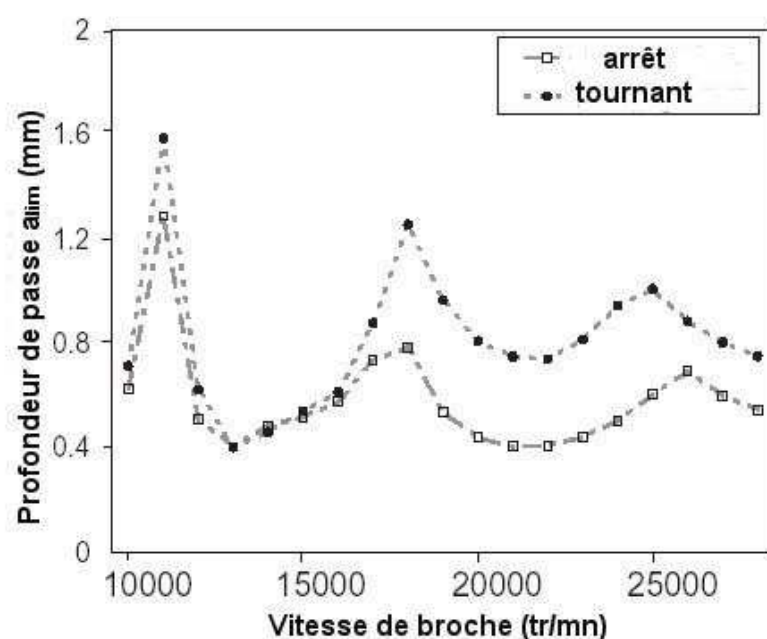


Figure 4-3 : Comparaison des lobes de stabilité entre les deux approches

La caractérisation modale expérimentale réalisée par *Schmitz* est réalisée tous les 1000 tr/mn et ce jusqu'à 23000 tr/mn (Figure 4-3). On remarque une différence significative de ce nouveau diagramme avec le diagramme des lobes de stabilité établi sur la base des propriétés dynamiques à l'arrêt. L'auteur observe une décroissance de la rigidité dynamique de broche jusqu'à 11000 tr/mn puis une augmentation de cette rigidité dynamique jusqu'à 23000 tr/mn. Cette tendance se retrouve sur le diagramme des lobes de stabilité au niveau de la valeur  $a_{lim}$ . Cette approche expérimentale ne permet pas d'expliquer les variations de tendance de la rigidité dynamique en fonction de la vitesse de rotation de la broche.

Il est cependant très probable que les caractéristiques de stabilité du système ne dépendent pas uniquement des effets gyroscopiques de l'arbre en rotation. D'autres facteurs comme les variations de rigidité des roulements dûes aux dilatations thermiques ainsi qu'aux effets centrifuges ont un effet.

La procédure de caractérisation modale expérimentale d'un arbre tournant par choc au marteau d'impact est mal adaptée. Les FRF obtenues par cette approche sont présentées au chapitre 1. Les limites de cette caractérisation se répercutent au niveau de

la prédiction de la stabilité. Les résultats obtenus sont peu fiables et conduisent à des approximations importantes dans la prédiction des conditions d'apparition du broutement.

Une seconde approche de caractérisation expérimentale dédiée à la prise en compte des variations des propriétés dynamiques d'une broche en fonction de sa vitesse de rotation est présentée par *Faassen* [Faassen & al 03]. Les évolutions de comportement dynamique de l'ensemble broche-outil en rotation sont mesurées puis intégrées dans une approche d'analyse de la stabilité en usinage. Un diagramme de lobes de stabilité (Figure 4-4) est généré.

Les auteurs montrent qu'en fonction de la taille de l'outil le modèle dynamique global de l'ensemble tournant est principalement influencé par le comportement de l'outil qui ne dépend pas de la vitesse de rotation ou par le comportement de la broche qui lui, dépend de la vitesse de rotation. Ainsi, pour un outil court la dynamique de la broche en bout d'outil est prépondérante. La dépendance du comportement dynamique par rapport à la vitesse de rotation est alors prépondérante et doit être prise en compte. Pour un outil long et de faible diamètre, caractérisé par des fréquences de résonance plus basses, l'influence du comportement de la broche sur la dynamique en bout d'outil devient négligeable.

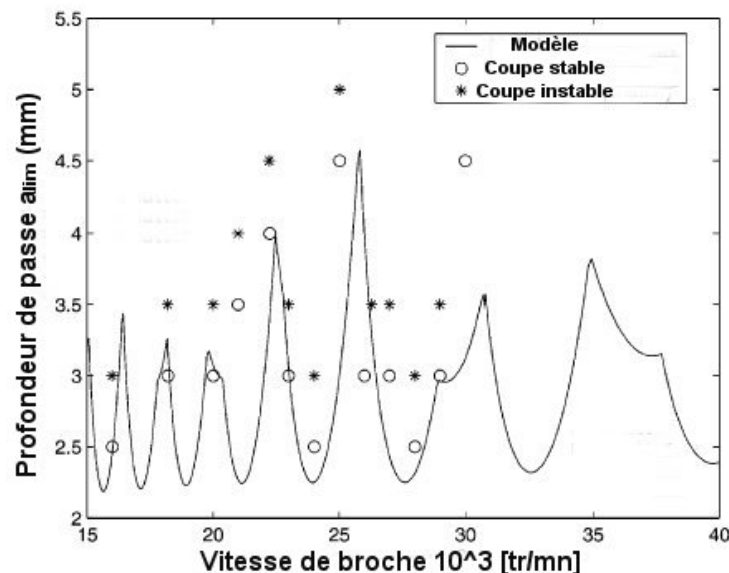


Figure 4-4 : Lobes de stabilité et validation par essais de coupe. Source *R.P. Faassen*.

On peut observer une évolution du minimum des lobes de stabilité qui traduit la modification des propriétés dynamiques de la broche en fonction de sa vitesse de rotation. Ce minimum augmente avec la vitesse de rotation.

Cette deuxième approche expérimentales de caractérisation modale de la broche tournante par impact au marteau présente les mêmes limites que l'approche de *Schmitz*.

### 3.1.2 Approche par modélisation du comportement

L'approche de stabilité proposée par *Movahhedy* s'appuie sur un modélisation élément finis de broche [Movahhedy & Mosaddegh 05]. Les roulements sont intégrés au modèle sous la forme de systèmes ressorts-amortisseurs sur deux directions radiales. Le modèle proposé montre une dépendance de ses propriétés modales vis-à-vis de la vitesse de rotation de la broche. Cependant, ces variations de propriétés ne sont pas quantifiées.

L'analyse de la stabilité de la coupe est établie sur la base de leur modèle éléments finis.

L'incidence des effets gyroscopiques diminue d'environ 10% la profondeur de passe critique du diagramme des lobes de stabilité. La Figure 4-5a présente une comparaison des lobes de stabilité sur la base des propriétés dynamiques d'une broche tournant à une vitesse considérée avec et sans effets gyroscopiques. Cette analyse est basée sur le mode le plus flexible du système. L'influence des effets gyroscopiques est caractérisée par l'apparition avec la vitesse de modes de précession directe et de modes de précession inverse. Le mode de précession inverse semble plus flexible que le mode de précession directe. La profondeur de passe  $a_{lim}$  résultante de ce mode est donc plus petite. Ce mode a donc une influence prédominante dans la définition de la stabilité de la coupe.

La Figure 4-5b présente un diagramme de lobes de stabilité calculé à partir des propriétés effectives de la broche à la vitesse de rotation considérée. On observe que le minimum de chacun des lobes varie en fonction de la vitesse de rotation du fait de l'évolution de rigidité dynamique de la broche.

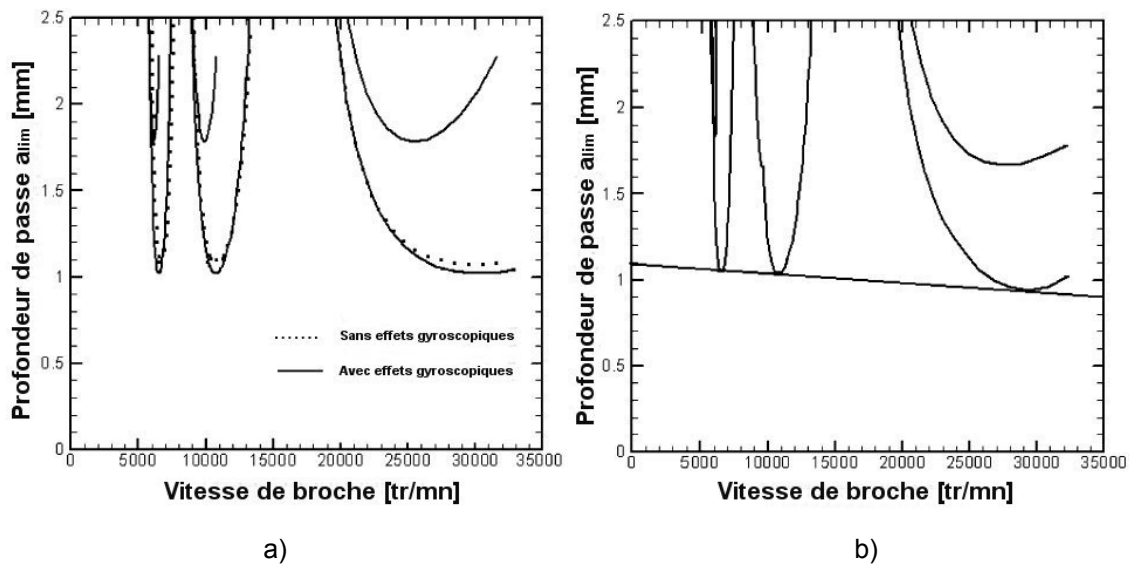


Figure 4-5 : a) Comparaison des lobes de stabilité établis à une vitesse donnée avec et sans effets gyroscopiques. [Movahhedy & Mosaddegh 05].

b) Lobes de stabilité élaborés sur la base des propriétés dynamiques réelles de la broche à la vitesse considérée.

L'influence des variations dynamiques de comportement d'une broche avec sa vitesse de rotation sur la stabilité de la coupe est pratiquement négligeable. On note que les résultats numériques et analytiques mis en évidence dans ces travaux ne concordent pas avec ceux de *Schmitz* [Schmitz & al 04]. Les variations du comportement dynamique de la broche en fonction de sa vitesse de rotation semblent faibles et n'ont que peu d'influence sur les lobes de stabilité. La validation expérimentale de cette approche n'est pas réalisée.

### 3.1.3 Synthèse

L'analyse des méthodes utilisées pour caractériser et intégrer dans une approche de stabilité de la coupe les propriétés dynamiques des broches fait apparaître deux problématiques.

La première repose sur l'insuffisance des approches de caractérisation basée sur la mesure et l'identification des propriétés des broches à l'arrêt. Les vitesses de rotation modifient significativement les propriétés dynamiques des broches. Il est donc



nécessaire d'identifier le comportement dynamique de la broche en rotation pour garantir une prédiction de stabilité précise.

La deuxième problématique concerne la mise en place d'une procédure expérimentale adaptée pour mesurer les propriétés dynamiques d'un arbre en rotation. Les limitations expérimentales des approches proposées dans la littérature ont été soulignées. Les résultats obtenus sont souvent imprécis et conduisent à des erreurs de prédiction de stabilité. Il est donc nécessaire de concevoir d'autres types d'essais pour assurer la précision de la mesure de la fonction de transfert d'une broche en rotation.

L'amélioration des prédictions de stabilité d'une opération d'usinage basée sur une prise en compte précise du comportement dynamique de la broche en rotation peut être apportée de deux manières différentes :

- par la modélisation. L'intégration d'un modèle précis du comportement dynamique d'une broche en rotation dans un modèle de broutement permettrait d'envisager des gains en précision de prédiction de stabilité.
- par une procédure d'identification expérimentale adaptée.

### **3.2 Modèles d'efforts de coupe en fraisage**

La modélisation des efforts de coupe est à la base des méthodes développées pour la prédiction de la stabilité. C'est, en effet, la source d'excitation de la structure. Les modèles mécaniques et thermomécaniques de la coupe font l'objet de nombreux travaux. Ils sont issus du modèle de coupe orthogonal initialisé par *Merchant* dès les années 1944 [Merchant 44]. Des formulations complexes bâties autour des phénomènes physiques permettent de prédire les contraintes mécaniques, la forme du copeau et le champ de température à l'interface copeau/outil. Les performances des logiciels actuels autorisent une analyse tridimensionnelle (Figure 4-6) et renseignent sur les températures et les contraintes dans la zone de coupe.

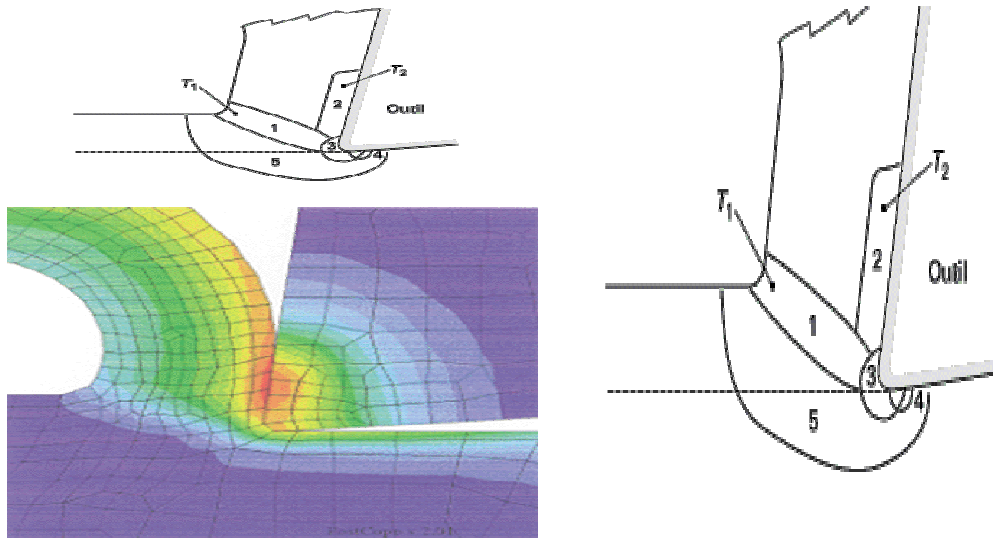


Figure 4-6 : Simulation numérique de la coupe (source : Techniques de l'ingénieur)

Comme l'objectif de ce travail n'est pas de proposer de nouveaux modèles de coupe (du moins dans l'immédiat), nous nous contenterons de présenter la forme générale du modèle retenu. La connaissance et la maîtrise de la formation du copeau et des aspects thermodynamiques liés à la coupe n'est pas nécessaire.

Pour l'analyse de la stabilité de la coupe que nous proposons, nous utilisons un modèle d'effort de coupe linéaire classique qui décompose l'effort élémentaire appliqué sur chaque dent en une composante tangentielle  $F_t$  et une composante radiale  $F_r$  qui sont proportionnelles à l'épaisseur  $h$  de copeau et à des coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$ . (Eq.4.3).

Cependant, en vue d'utilisations futures, d'autres modèles de coupe peuvent être envisagés en lieu et place du modèle retenu.

### 3.3 Etude du broutement en fraisage par les approches analytiques et semi-analytiques.

En 1995, la modélisation du broutement en tournage développée par Tobias [Tobias 58] est étendue au fraisage [Altintas & Budak 1995]. L'étude porte sur l'usinage de profil d'une pièce rigide avec un outil flexible présentant deux degrés de libertés orthogonaux modélisés par un système masse ressort amortisseur (Figure 4-7).

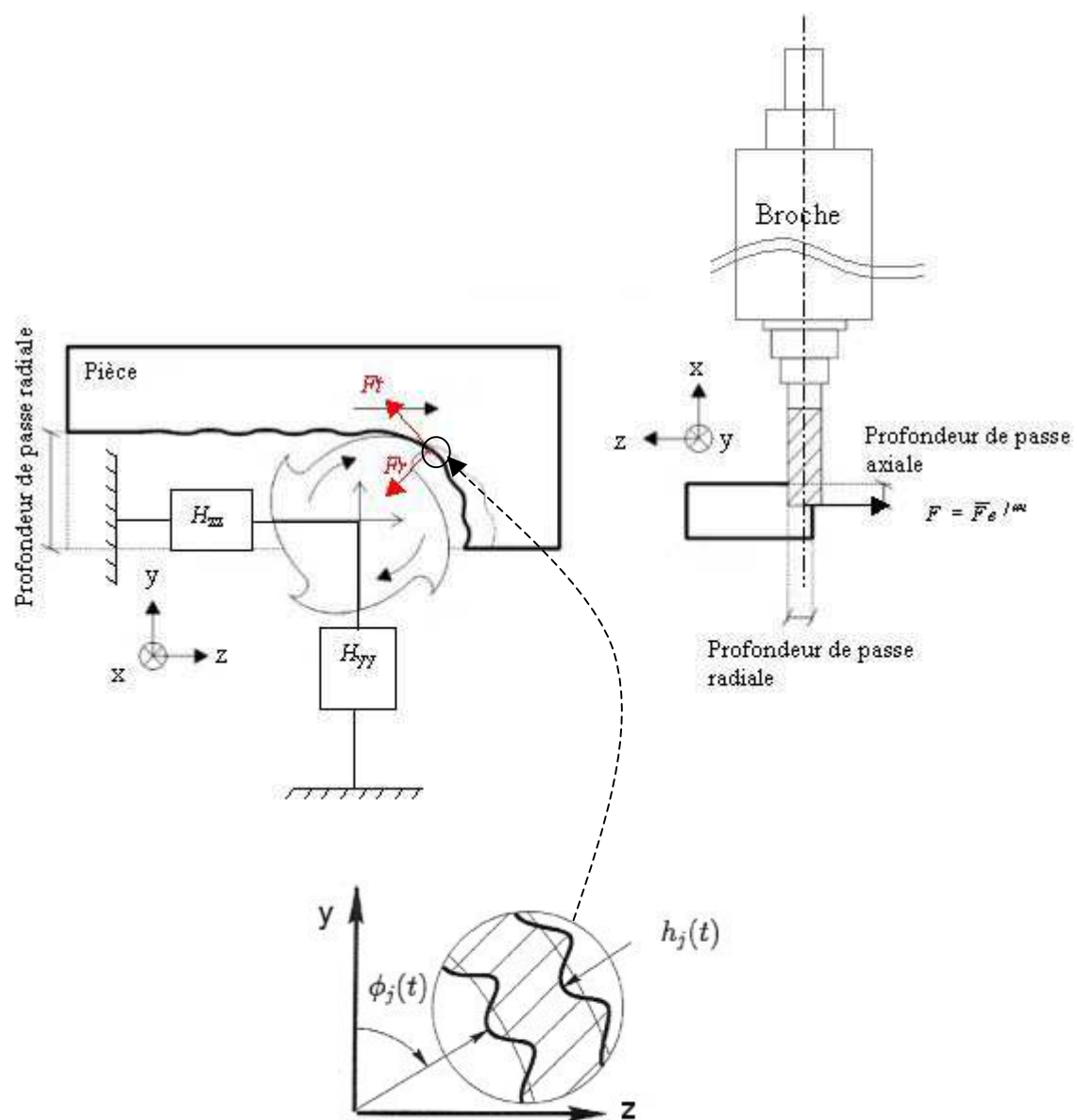


Figure 4-7 : Configuration d'usinage en fraisage

Les forces d'usinage excitent la structure dans la direction d'avance **z** et dans la direction normale **y**.

Elles provoquent un déplacement dynamique de l'outil respectivement de  $z$  et  $y$  régis par :

$$\begin{aligned} m_z \ddot{z} + b_z \dot{z} + k_z z &= F_{cz} \\ m_y \ddot{y} + b_y \dot{y} + k_y y &= F_{cy} \end{aligned} \quad (4.2)$$

où  $F_{cz}$  et  $F_{cy}$  sont les composantes de l'effort de coupe suivant  $\mathbf{z}$  et  $\mathbf{y}$ . L'effort de coupe exercé sur la dent  $j$  est modélisé par une composante radiale  $F_{rj}$  et une composante tangentielle  $F_{tj}$  toutes deux linéairement dépendantes de la profondeur de passe  $a_p$ , de l'épaisseur de copeau  $h$  et de coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$  :

$$\begin{aligned} F_{tj} &= K_t a_p h(\phi_j) \\ F_{rj} &= K_r F_{tj} \end{aligned} \quad (4.3)$$

L'épaisseur de copeau instantanée  $h(\phi_j)$ , qui correspond à la distance entre l'arête de coupe et la surface usinée mesurée suivant la direction radiale, est la somme d'une composante cinématique dépendant de la position angulaire  $\phi_j$  de la dent et de l'avance par dent  $f_z$ , et d'une composante dynamique fonction de l'actuelle flexion radiale de l'outil,  $v_j$  et de sa déflexion au précédent passage de dent  $v_{j,0}$  :

$$h(\phi_j) = f_z \sin(\phi_j) + (v_{j,0} - v_j) \quad (4.4)$$

En remplaçant l'épaisseur de copeau dans l'équation (4.3) par sa composante dynamique (4.4), et en projetant les efforts tangentiels et radiaux dans les directions  $\mathbf{z}$  et  $\mathbf{y}$ , on obtient :

$$\begin{bmatrix} F_{cz} \\ F_{cy} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} a_p K_t \begin{bmatrix} \alpha_{zz} & \alpha_{zy} \\ \alpha_{yz} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

avec  $\Delta z = (z - z_0)$ ,  $\Delta y = (y - y_0)$  les composantes dynamiques de la hauteur du copeau dans les directions  $z$  et  $y$ . Les termes  $\alpha_{ij}$ , sont appelés coefficients dynamiques d'efforts de fraisage. Ils sont représentatifs de l'orientation des efforts de coupe sur chaque dent, en fonction de la position angulaire de celle-ci, et des coefficients spécifiques de coupe. Ces coefficients dynamiques d'efforts de coupe en fraisage sont

fonction du temps, étant donné que la position angulaire de chaque dent dépend elle-même du temps. L'équation (4.5) devient sous forme matricielle :

$$\mathbf{F}(t) = \frac{1}{2} a_p K_t \mathbf{A}(t) \mathbf{\Delta}(t) \quad (4.6)$$

où  $\mathbf{F}(t)$  et  $\mathbf{\Delta}(t)$  sont respectivement les vecteurs des efforts de coupe  $\begin{bmatrix} F_{cz} & F_{cy} \end{bmatrix}^T$  et des déplacements  $\begin{bmatrix} \Delta z & \Delta y \end{bmatrix}^T$ , et  $\mathbf{A}(t)$  la matrice des fonctions périodiques de période  $\tau$ , où  $\tau$  est la période de passage de dent. L'intégration de cette expression dans l'équation de mouvement (4.2) donne :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{\Delta}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{\Delta}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{\Delta}(t) = \frac{1}{2} a_p K_t \mathbf{A}(t) \mathbf{\Delta}(t) \quad (4.7)$$

Cette équation est une équation différentielle à termes retardés, coefficients périodiques et excitation forcée. La base de la méthode consiste à étudier les valeurs de  $a_p$  influant sur la stabilité de l'équation (4.7). Pour cela, la fonction périodique  $\mathbf{A}(t)$  de fréquence  $\omega=1/\tau$  est décomposée en série de Fourier :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(t) &= \sum_{r=-\infty}^{r=+\infty} \mathbf{A}_r e^{ir\omega t} \\ \mathbf{A}_r &= \int_0^{\tau} \mathbf{A}(t) dt \end{aligned} \quad (4.8)$$

Le nombre d'harmoniques  $r$  à prendre en compte pour représenter précisément  $\mathbf{A}(t)$  dépend des conditions d'engagement de l'outil dans la matière et du nombre de dents. *Altintas et Budak* proposent, en première approximation, de ne retenir que le terme d'ordre 0 :  $\mathbf{A}_0$ , ce qui conduit au système linéaire suivant :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{\Delta}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{\Delta}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{\Delta}(t) = \frac{1}{2} a_p K_t \mathbf{A}_0 \mathbf{\Delta}(t) \quad (4.9)$$

La résolution de ce système se fait alors dans le domaine fréquentiel en appliquant la transformée de Laplace [Altintas & Budak 95]. Les lobes de stabilité sont tracés en fonction de la vitesse de rotation et de l'engagement axial. Pour valider leurs hypothèses simplificatrices, les auteurs comparent les lobes calculés analytiquement avec leur méthode à ceux obtenus par simulation numérique en résolvant directement le système non linéaire (4.7) par intégration des équations du mouvement [Smith & Thusty

90]. Cette comparaison se fait sur une opération analogue à celle illustrée dans la Figure 4-7. L'outil possède 8 dents et l'engagement radial est égal au rayon. Dans cette configuration, la résolution analytique donne des résultats très proches de la simulation numérique. Cependant, les auteurs font remarquer que leur simplification est valable principalement pour les opérations d'usinage où la coupe est très peu discontinue (grand nombre de dents et engagement radial important).

L'approximation de la fonction  $A(t)$  est une des principales restrictions de cette méthode appliquée aux usinages de finition. Les hypothèses sur lesquelles sont basées ces approximations sont valables principalement pour les opérations d'usinage où la coupe est très peu discontinue (grand nombre de dents et engagement radial important).

Dans le cas de la coupe discontinue la prise en compte d'un seul harmonique devient alors insuffisante. Cette limite a été mise en évidence expérimentalement par *Arnaud et Dessein* [Arnaud & Dessein 03] dans une étude consacrée à des usinages avec un très faible engagement radial. Par ailleurs, il a été montré que, dans ces conditions, la solution ne convergait pas malgré la prise en compte de plusieurs harmoniques [Lapujoulade et al 02]. Cette méthode ne se révèle donc pas adaptée à l'étude des opérations de finition en usinage de profil. Par contre, elle trouve entièrement sa place pour les usinages de faces dans lesquels les efforts sont plus constants.

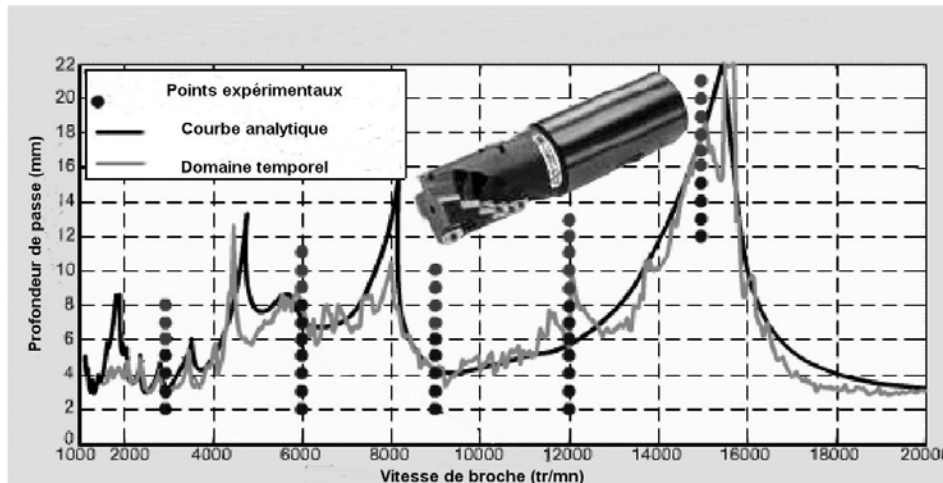


Figure 4-8 : Diagramme des lobes de stabilité pour un système à plusieurs modes  
(source :Manufacturing Automation Laboratories Inc).

Des logiciels commerciaux tel que CUTPRO®, SIMMIL® d'aide au choix des conditions de coupe ont été développés sur la base de ces méthodes. Ces logiciels sont couplés à un système d'analyse modale servant à mesurer la fonction de transfert à l'extrémité de l'outil. Les caractéristiques modales sont saisies dans ces logiciels afin de calculer les lobes de stabilité. Si l'outil présente plusieurs modes propres le logiciel détermine les lobes associés à chaque mode et la frontière globale est obtenue en superposant l'ensemble des lobes obtenus (Figure 4-8).

## 4 Approche proposée

Nous développons dans cette partie l'intégration du modèle de comportement dynamique d'électrobroche UGV présenté dans le chapitre 3 dans l'approche analytique de stabilité de *Altintas et Budak*.

### 4.1 Intégration du comportement dynamique de broche

Pour analyser la stabilité de la coupe, il est nécessaire d'étudier le comportement du couple broche- outil en bout d'outil où se situent les arêtes de coupe. La fonction de transfert du système au nœud  $i$  représentatif du bout d'outil s'exprime par :

$$H_{ii}(j\omega, \Omega) = \frac{X_i(j\omega)}{F_i(j\omega)} \quad (4.10)$$

Elle est extraite de la matrice des fonctions de transfert

$$\mathbf{H}(j\omega) = \left[ \left( -\mathbf{M}_0 \omega^2 + (2\Omega \mathbf{G} + \mathbf{D}) j\omega + (\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{N}) \right) \right]^{-1} \quad (4.11)$$

Cette fonction de transfert peut se décomposer en une partie réelle et une partie imaginaire.

$$H_{ii}(j\omega, \Omega) = R_{ii}(\omega, \Omega) + jI_{ii}(\omega, \Omega) \quad (4.12)$$

Les efforts de coupe dans les directions  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$  sont,  $\mathbf{F}(t) = \frac{1}{2} a_p K_t \mathbf{A}_0 \Delta(t)$  avec

$$\mathbf{A}_0 = \frac{Z}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix}$$

la matrice des coefficients directionnels de coupe dépendant de

l'immersion de la fraise dans la pièce mais indépendante du temps.

Cette fonction de transfert est intégrée à l'approche de [Altintas 00] et permet de définir la limite de stabilité à partir des points  $(a_{lim}, n)$  avec :

$$\varphi = -\tan^{-1} \left| \frac{I_{ii}(\omega, \Omega)}{R_{ii}(\omega, \Omega)} \right| \quad (4.13)$$

$$a_{lim} = \frac{-2\pi K}{K_t Z} \times \frac{1}{R(\omega)} \text{ avec } K = f(\alpha_{xx}, \alpha_{xz}, \alpha_{zx}, \alpha_{zz}) \quad (4.14)$$

$$n = \frac{60}{T} = \frac{60\omega}{Z(\pi + 2k\pi - 2\varphi(\omega, \Omega))} \quad (4.15)$$

Dans lesquelles  $Z$  représente le nombre de dents de la fraise et  $k$  est un nombre entier représentatif du nombre de vagues de vibration laissées par l'outil sur la surface usinée de la pièce.

La zone de pulsation  $\omega$  nécessaire au calcul des lobes de stabilité est délimitée par  $R_{ii}(\omega)$  négative et une variation monotone de la phase  $\varphi$ . La zone fréquentielle associée s'observe directement sur la Figure 4-9.

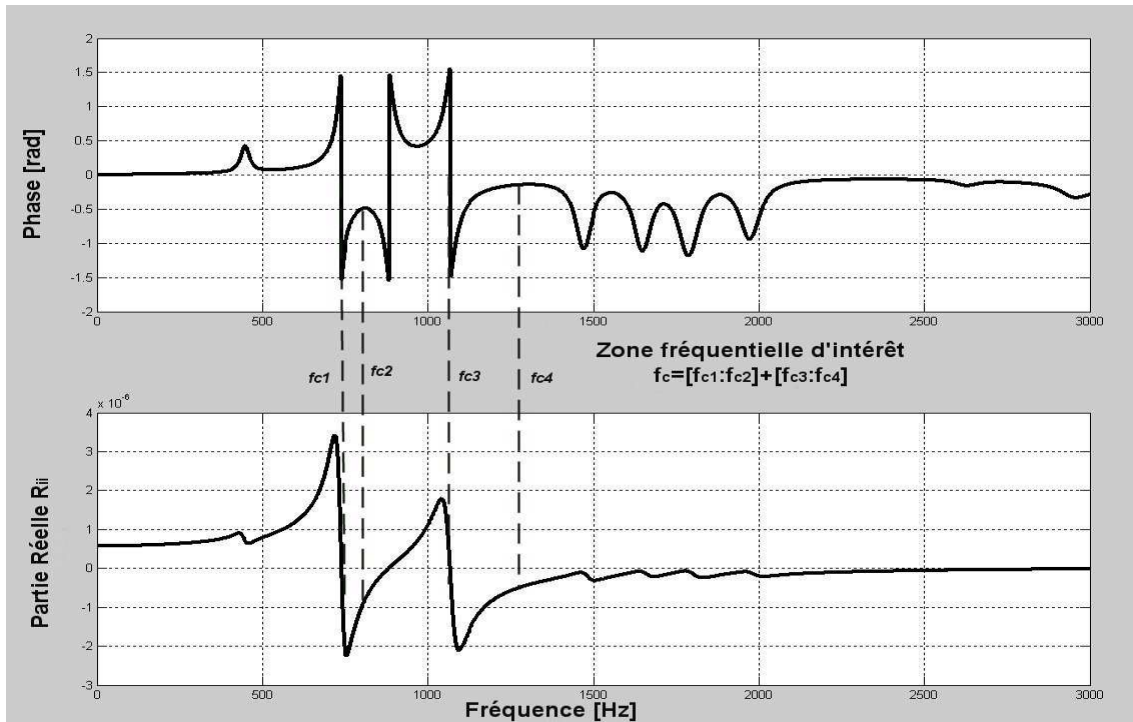


Figure 4-9 : Zone fréquentielle d'intérêt pour la construction des lobes de stabilité



Une première estimation de l'intérêt de cette approche est fournie Figure 4-10 sur laquelle sont comparés les lobes de stabilité d'une broche établis sur ses propriétés dynamiques à  $n=0$  (Lobes statiques) et  $n= 10000 \text{ tr/mn}$  (Lobes dynamiques). La stabilité est fortement influencée par le comportement dynamique réel de la broche. Cette approche est cependant encore insuffisante puisqu'un seul point ( $N=10000 \text{ tr/mn}$ ) de la courbe (Lobes dynamiques) est théoriquement valide.

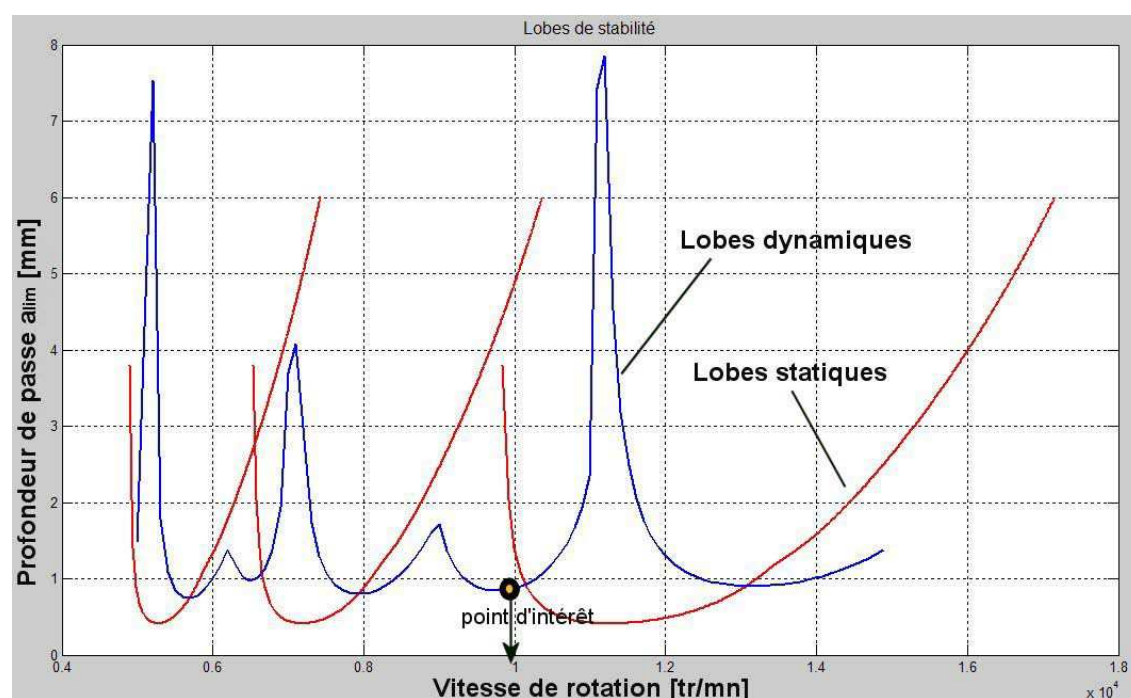


Figure 4-10 : Comparaison des lobes de stabilité établis sur les propriétés de la broche à  $N=0$  et  $N= 10000 \text{ tr/mn}$ .

## 4.2 Lobes de stabilité dynamiques

La procédure de détermination des points de stabilité pour chaque vitesse de la broche est décrite ci-après. A chaque vitesse de rotation de la broche est établi un diagramme de lobes de stabilité sur la base des propriétés dynamiques effectives de la broche à cette vitesse. De chacun de ces graphiques intermédiaires n'est extrait que le point dont l'abscisse correspond à la vitesse à laquelle est réalisé le calcul. Il est à noter que si deux points ont la même abscisse (prise en compte de différents modes de la fonction de transfert), on ne garde que celui dont l'ordonnée est la plus petite, puisque l'on cherche les profondeurs de passe maximales admissibles.

L'ensemble des points réunis permet d'élaborer un nouveau graphe que nous appellerons le diagramme des lobes dynamiques. L'algorithme de résolution qui permet d'obtenir ce diagramme sur un ensemble de vitesses de rotation de la broche est décrit Figure 4-11.

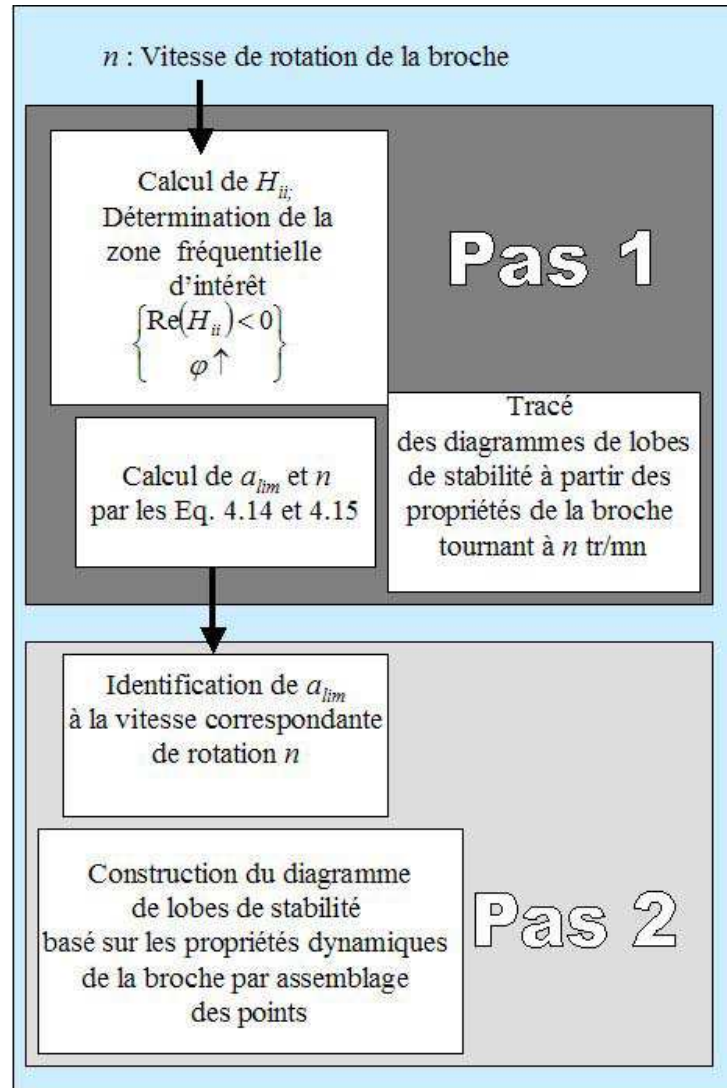
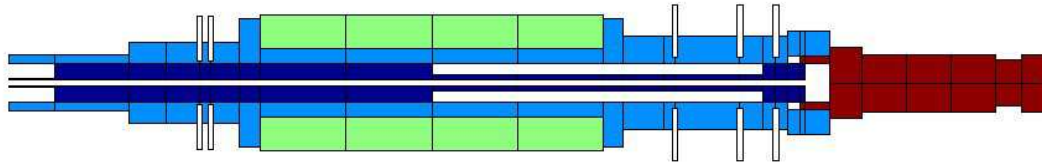
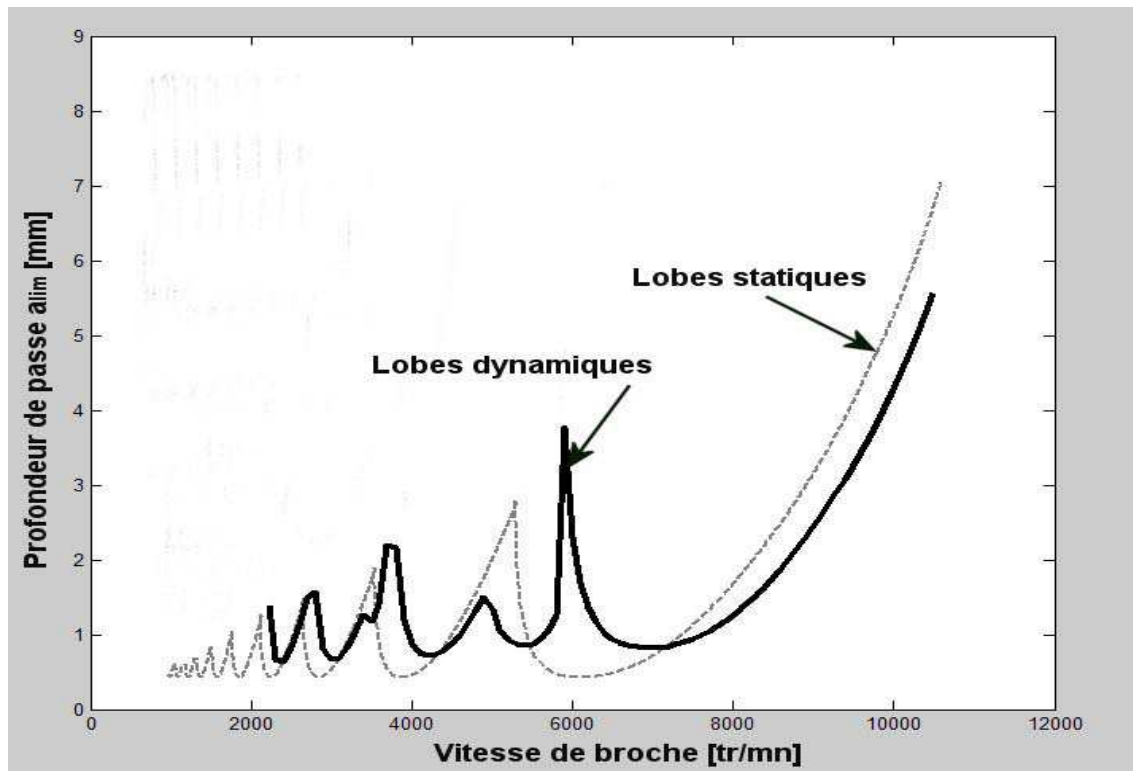


Figure 4-11 : Algorithme de tracé des lobes de stabilité dynamiques.

La Figure 4-12 présente le résultat de la simulation appliquée à une broche d'étude.



a) Broche d'étude



b) Diagramme des lobes de stabilité

Figure 4-12 : Modèle de broche et diagramme des lobes de stabilité basé sur les propriétés statiques et dynamiques de la broche.

Sur la gamme de vitesse 3000 – 12000 tr/mn, on observe des différences significatives de prédiction de stabilité entre les deux approches. D'une part de nouvelles zones de stabilité sont apparues. La position en vitesse des pics de stabilité résulte des propriétés modales de l'électrobroche en fonction de sa vitesse de rotation. La hauteur des pics et des creux a varié en fonction de l'évolution de rigidité dynamique de la broche aux vitesses considérées.

De plus, on vérifie sur ce graphique que la prédiction de stabilité par ces deux approches devient similaire lorsque les vitesses de rotation considérées deviennent faibles. En effet, à des taux faibles de rotation le comportement dynamique de la broche tournante tend vers celui de la broche à l'arrêt. La valeur de  $a_{lim}$  tend pour les deux approches vers la valeur minimum prédite par les lobes de stabilité statiques.

### 4.3 Validation expérimentale

Des essais d'usinage sont menés pour construire expérimentalement la frontière de stabilité d'un ensemble broche-outil donné. Ces essais sont conduits afin de vérifier la pertinence des résultats obtenus par le biais de notre modèle.

Des rainures sont fraisées à différentes profondeur de passe et différentes vitesses de broche en conservant une avance à la dent de 0.1 mm/dent/tour. Les expériences sont conduites sur un centre de fraisage Météor 5 de PCI-SCHEM avec un outil Jabro JH 420 deux dents de 16 mm de diamètre monté dans un porte-outil Kelch (Figure 4-13). La pièce usinée est en aluminium AS7. Pour chaque vitesse de broche, une profondeur de passe initiale est choisie de façon à ne pas faire apparaître de phénomène de broutement. La profondeur de passe est ensuite augmentée progressivement jusqu'à l'apparition du phénomène.



Figure 4-13 : Configuration d'usinage.

Le modèle du couple broche-outil considéré est généré. Le calcul des lobes statiques et dynamique est réalisé pour un paramètre  $k$  égal à 3. Ce choix détermine l'étendue de la

gamme de vitesse de broche pour le calcul des lobes de stabilité. Ainsi, les limites de stabilité sont déterminées pour les vitesses de broche allant de 6000 à 15000 tr/mn, ce qui correspond aux vitesses les plus utilisées pour la configuration broche-outil donnée (Figure 4-14).

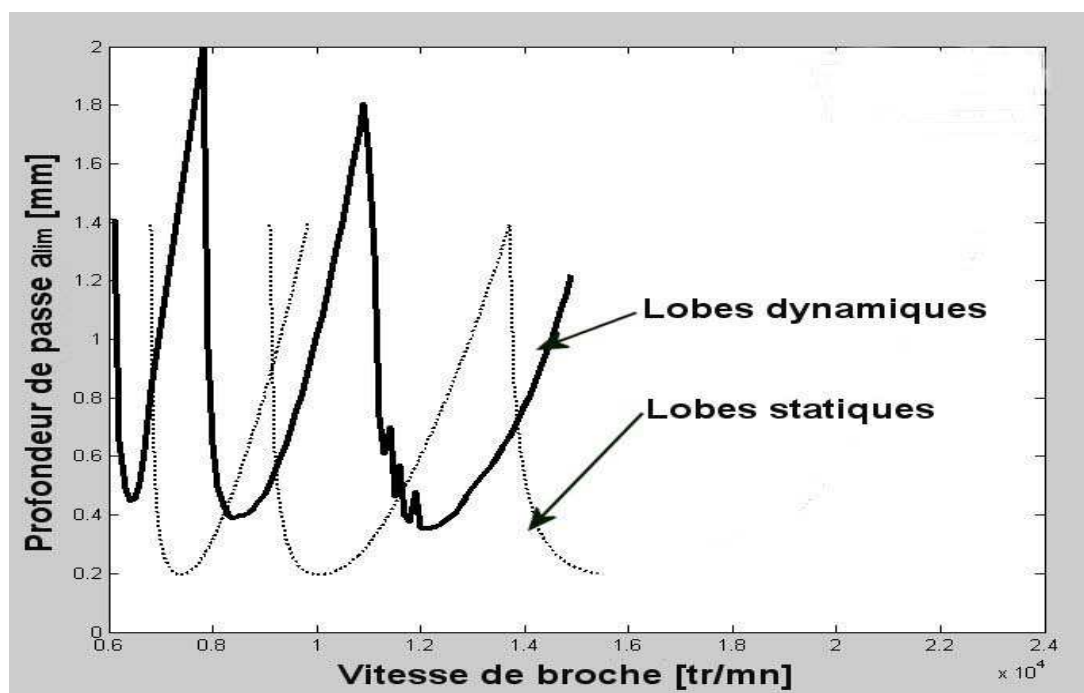
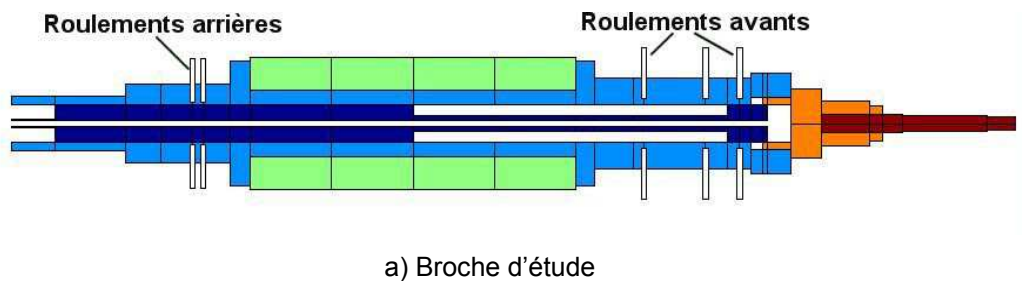


Figure 4-14 : Modèle de broche et diagramme des lobes de stabilité basé sur les propriétés statiques et dynamiques de la broche.

L'identification du phénomène de broutement nécessite la mise en évidence d'un usinage stable d'un usinage instable. Ceci est réalisé à l'aide du logiciel Accord-mill® d'analyse du bruit enregistré pendant l'usinage. Ce bruit global est ensuite filtré en éliminant les fréquences relatives à la rotation de la broche  $f_r$  et leurs harmoniques ainsi

que les fréquences relatives aux chocs des dents sur la pièce *ft*. Les bruits extérieurs de l'atelier sont aussi pris en compte par une soustraction du signal sonore avant usinage au signal sonore pendant l'usinage.

Les pics de fréquence observables à l'issue de ce filtrage sont les vibrations de broutement (Figure 4-15). Cette observation est associée à l'interprétation auditive de l'essai et visuelle de la qualité de la surface usinée.

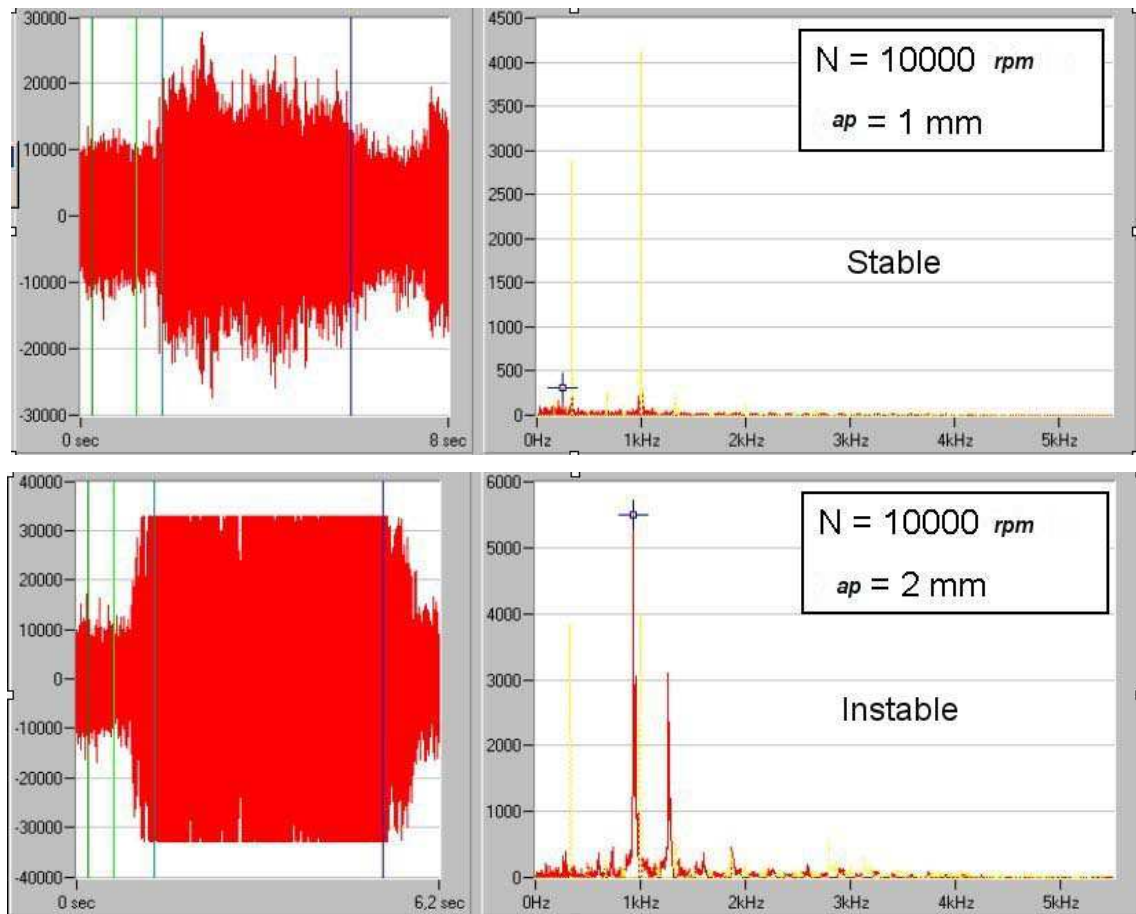


Figure 4-15 : Analyse sonore par Accord-mill®.

Le diagramme des lobes de stabilité dynamique généré par calcul sert de trame de fond à la conduite des essais expérimentaux et à la recherche de la limite de stabilité.

Les résultats issus des essais expérimentaux sont ensuite comparés avec les lobes calculés numériquement (Figure 4-16).



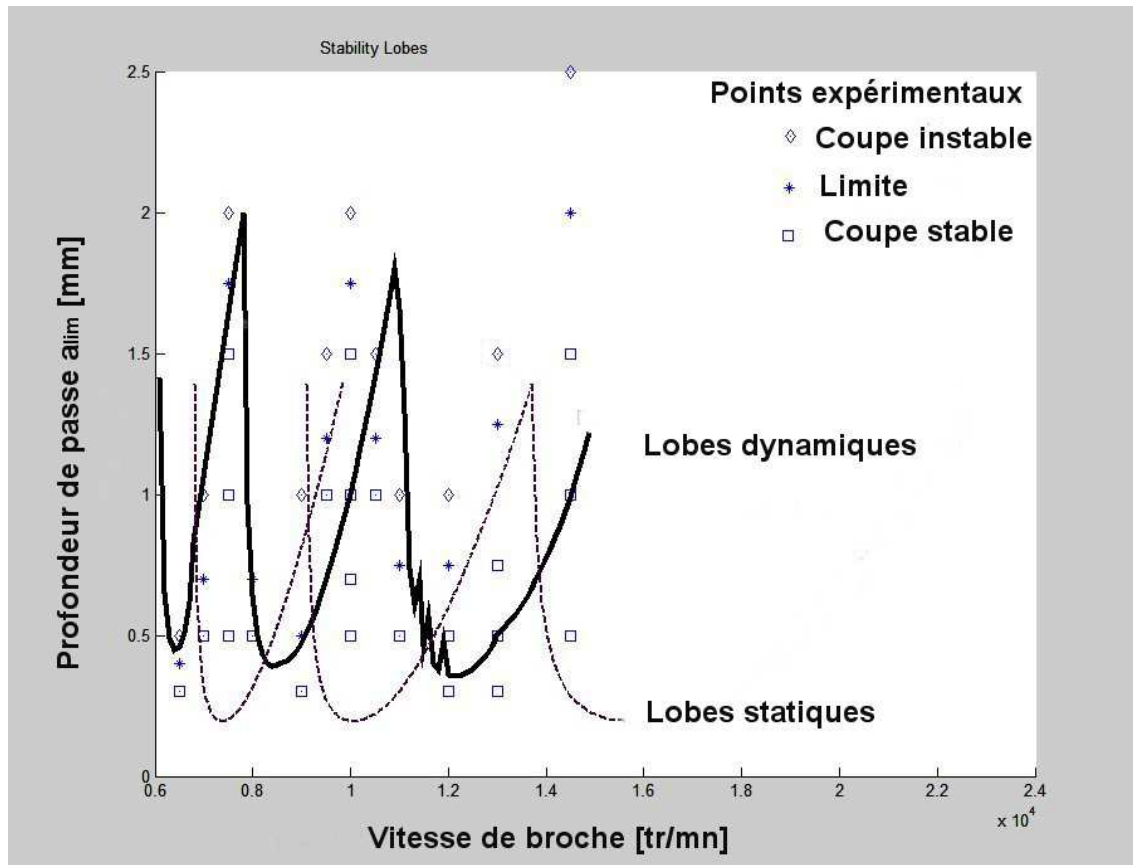


Figure 4-16 : Résultats expérimentaux comparés au diagramme des lobes de stabilité.

Le premier pic de stabilité est bien prédit par notre approche. A partir de 9000 tr/mn on observe une dérive des pics modélisés vers la droite. Le deuxième pic de stabilité expérimental se situe entre les prédictions respectives des modèles statique et dynamique.

Les différences observées résultent probablement des écarts observés à l'issue de la procédure de recalage du modèle éléments finis. En effet, les résidus d'erreurs sur les propriétés modales modifient légèrement la réponse du système et induisent des variations de limite de stabilité.

Des gains en précision sur la FRF en bout d'outil du modèle éléments finis sont donc nécessaires pour affiner la prédiction de stabilité.

## 5 Conclusion

L'étude de la stabilité de la coupe en fraisage a été réalisée dans ce chapitre. Un nouveau diagramme de lobe de stabilité élaboré sur la base d'un modèle dynamique d'électrobroche en rotation est proposé. Les propriétés dynamiques effectives de la broche en rotation sont ainsi prises en compte et permettent d'affiner la prédiction. La frontière de stabilité obtenue par cette approche modifie de façon significative les zones de coupe optimales en terme de stabilité et démontre ainsi l'intérêt de notre démarche.

Des essais expérimentaux ont été réalisés afin de vérifier les résultats obtenus par le modèle. Les prédictions de comportement, bien qu'améliorées, présentent encore un décalage par rapport aux résultats expérimentaux. Ce décalage résulte en grande partie des erreurs résiduelles à l'issue de la procédure de recalage du modèle numérique. Une évolution du modèle ou des techniques de recalage sont à envisager afin d'améliorer cette procédure.

Les perspectives d'amélioration de la prédiction de stabilité peuvent porter sur deux aspects :

- Le premier repose sur l'amélioration de la procédure de recalage du modèle élément fini afin de mieux transcrire le comportement de la broche sur la bande fréquentielle d'intérêt.
- Le deuxième repose sur une procédure d'identification de fonctions de transfert expérimentales, broche tournante, en bout d'outil. Par cette méthode, les limites posées par le modèle élément finis et son recalage, sont évitées. Cette approche constitue un axe de développement futur de nos travaux.





# Chapitre 5 : APPLICATIONS INDUSTRIELLES

---

## 1 Introduction

Un logiciel industriel d'analyse de broche **BrochePro** a été conçu, qui regroupe l'ensemble des outils d'analyses présentés dans ce mémoire. Il est composé de plusieurs modules qui font l'objet d'une description dans la première partie de ce chapitre.

L'étude de différents types d'électrobroche UGV, à l'aide de ce logiciel, est possible. Les conditions d'utilisations privilégiées du couple broche-outil en production, qui garantissent à la fois la tenue en service de l'équipement et les conditions optimales d'usinage, peuvent être établies.

Plusieurs applications sont présentées en seconde partie. Elles ont pour but de montrer la pertinence des outils développés, d'évaluer les gains envisageables puis de montrer comment ces outils peuvent être utilisés en aide à la conception ou au choix d'électrobroches UGV. La détermination des conditions d'utilisation optimales du couple broche-outil est présentée et constitue un apport important en phase de réglage d'une opération d'usinage.

Une première application décrit la réalisation d'une analyse comparative de broches concurrentes basée sur leurs lobes de stabilité respectifs. L'objectif de cette étude est de permettre, en phase d'avant projet, le choix de la broche la mieux adaptée à une opération d'usinage envisagée. La seconde application consiste à optimiser la conception d'une broche pour garantir son adéquation à une opération d'usinage donnée.

Enfin, une dernière application est présentée. Elle consiste à préconiser pour un couple broche-outil donné, les conditions d'utilisation optimales qui garantissent d'une

part la productivité et la stabilité de la coupe et d'autre part la tenue en service de l'équipement.

## 2 Présentation du logiciel d'analyse de broche

Cette partie décrit les outils logiciels développés sous Matlab® pour modéliser le comportement dynamique de tout type de broche et simuler leur comportement sous excitations d'usinage (Figure 5-1).

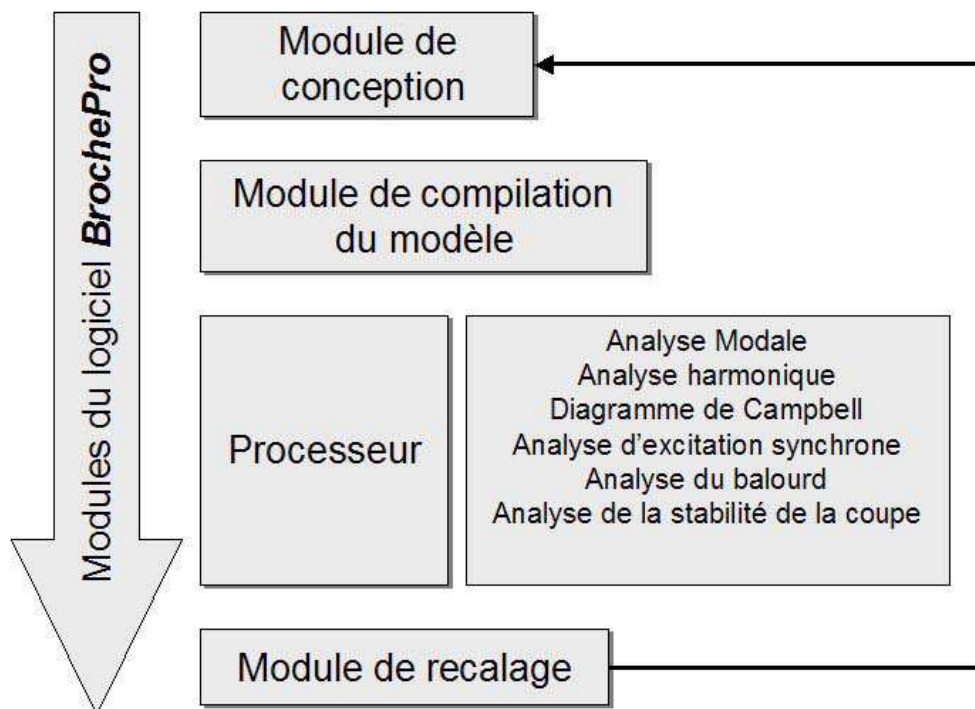


Figure 5-1 : Structure du logiciel de modélisation et d'analyse de broche.

Un module de conception de broche permet de renseigner la description géométrique et technologique simplifiée de cette dernière. Le modèle éléments finis est élaboré sur la base des éléments poutre-rotor développés dans nos travaux.

La compilation de ce modèle génère les matrices comportementales du système dynamique soit les matrices  $\mathbf{M}_0$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{N}$  et  $\mathbf{K}_b$ .

Tous les modules du logiciel **BrochePro** nécessitent une description préalable de la broche qui peut aussi être fournie sous la forme d'un fichier modèle. Ce fichier permet au compilateur du logiciel de générer le modèle éléments finis à partir de la géométrie, des propriétés matériaux, des conditions limites, de la position des efforts et des capteurs d'observation.

Une fois le modèle compilé, il est possible de le simuler sous différents types d'excitations. Les calculs sont réalisés par le processeur du logiciel.

Comme la connaissance détaillée d'une broche n'est en général pas accessible en configuration industrielle, un module de recalage du modèle est développé. Ce module permet d'affiner les propriétés matériaux des parties les moins maîtrisées de la broche comme le rotor ou le dispositif de serrage outil ou encore les propriétés d'amortissement du modèle.

Les différents menus accessibles à l'ouverture du logiciel sont présentés (Figure 5-2):

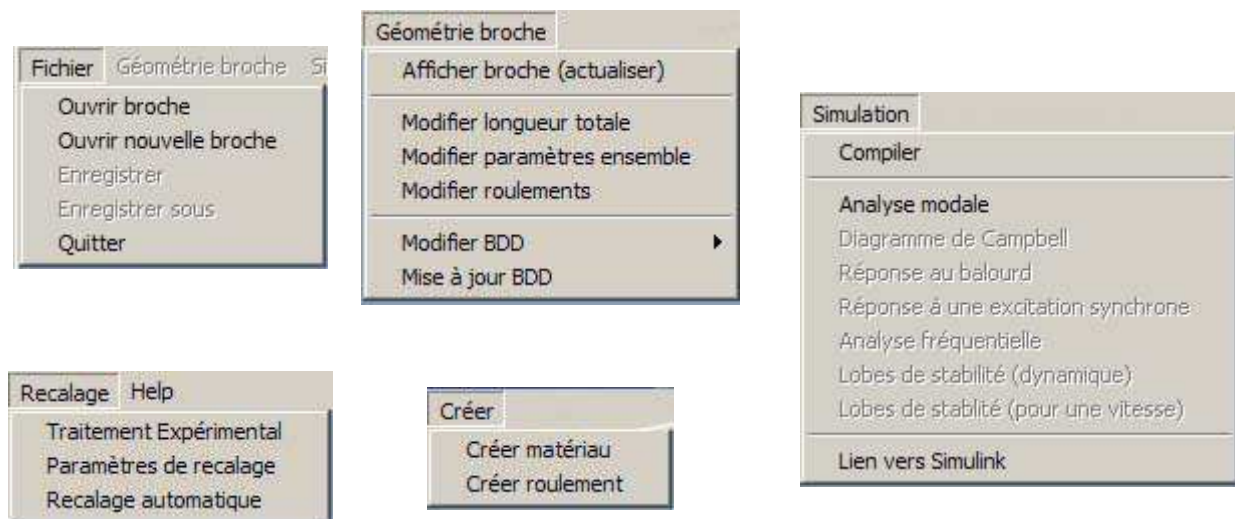


Figure 5-2 : Opérations disponibles des menus

Ces menus contiennent différentes fonctionnalités et ne sont pas tous accessibles dès le lancement de l'interface. Les outils d'analyses, à ce stade, ne sont pas sélectionnables. Pour y accéder il faut en premier lieu compiler le modèle, c'est-à-dire calculer les matrices du système. On distingue les menus :

- Fichier : regroupe les fonctions globales de l'interface, comme ouvrir une broche existante, ouvrir une nouvelle broche, enregistrer ou bien quitter l'interface.
- Géométrie broche : (accessible seulement lorsqu'une broche a été sélectionnée), permet d'agir sur les paramètres du modèle, à savoir :
  - les dimensions des éléments poutre telles que les longueurs, les diamètres internes et externes,
  - la modification des bases de données roulements ou matériau.
- Simulation : permet, après compilation (calcul des matrices), d'accéder aux différents outils d'analyse.
- Créer : offre à l'utilisateur la possibilité de créer des bases de données de matériaux et de roulements, en y incluant respectivement des paramètres comme les masses volumiques, le module d'*Young* et les paramètres géométriques et de précharge.
- Recalage : permet de rentrer les paramètres de réglage afin de recalculer au mieux le modèle existant en fonction des données expérimentales.

## 2.1 Module de conception de broche

Une interface graphique permet de créer, de modifier ou d'importer différents modèles de broches dans Matlab®.

- Modification du modèle de broche

Pour générer une nouvelle broche, il est possible de modifier une broche existante préalablement définie dans l'interface. Les paramètres que l'on modifie sont liés à la géométrie des pièces, aux types de roulements ainsi qu'aux matériaux des différentes pièces. Il est aussi possible de modifier directement la base de données (Figure 5-3) en indiquant les positions des nœuds ou la taille des éléments.

Géométrie broche					
Afficher broche (actualiser)					
Modifier longueur totale					
Modifier paramètres ensemble					
Modifier roulements					
Modifier BDD					
Mise à jour BDD					
	BDD Elements				
	BDD Noeuds				

N° élément	Noeud 1	Noeud 2	Dint	Dext	Mat n°
1	1	2	0.008	0.005	1
2	1	2	0.048	0.034	2
3	2	3	0.034	0.005	1
4	2	3	0.048	0.034	2
5	3	4	0.034	0.005	1
6	3	4	0.07	0.034	2
7	4	5	0.034	0.005	1
8	4	5	0.07	0.034	2
9	5	6	0.034	0.005	1
10	5	6	0.07	0.034	2
11	6	7	0.034	0.005	1
12	6	7	0.07	0.034	2
13	7	8	0.034	0.005	1
14	7	8	0.111	0.034	2
15	8	9	0.034	0.005	1
16	8	9	0.06	0.034	2

Figure 5-3 : Base de donnée d'une broche

- Modification des roulements

Il existe deux méthodes pour modifier les paramètres des roulements : soit en changeant leurs efforts de précharge et leurs positions (Figure 5-4), soit en créant de nouveaux roulements dans une base de données dédiée.

Liste des roulements présents

5 Roulements présents:

Position (noeud) du roulement sur l'arbre	Nom du roulement	Effort de précharge	Modifier	Supprimer ou Ajouter
5	dg60	-600	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	dg60	-600	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	dg70	-1200	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16	dg70	1200	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	dg70	1200	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Enregistrer

Quitter

Modification des paramètres du roulement R1

Position du roulement: noeud n°

Choix roulement: dgXX  [Liste roulement](#)

Effort de précharge en N (négatif si monté en opposition)

Actualiser

Figure 5-4 : Base de données « roulements »

A l'issue de la définition des paramètres du modèle, la base de donnée broche est mise à jour. Le modèle de la broche est représenté dans la fenêtre graphique (Figure 5-5).

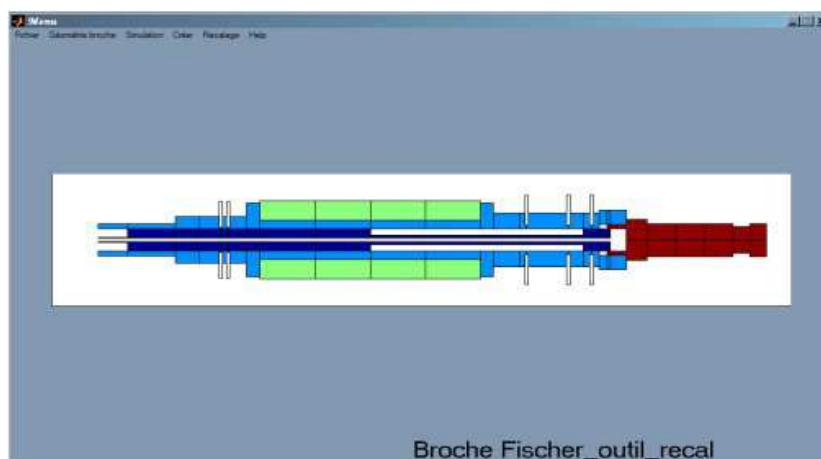


Figure 5-5 : Fenêtre graphique d'affichage du modèle

La base de données est entièrement paramétrable.

## 2.2 Module de recalage du modèle

Cette partie décrit les solutions retenues en terme de programmation et d'interface qui ont été mises en place pour gérer un recalage automatique du modèle de broche. Le module recalage possède trois fonctionnalités nommées respectivement :

- Traitement expérimental
- Paramètres de recalage
- Recalage automatique.

La fonctionnalité « **Traitement expérimental** » est dédiée à la lecture et à l'identification des mesures expérimentales. La connaissance des propriétés modales issue de mesures expérimentales constitue la référence à atteindre lors de la procédure de recalage du modèle.

Derrière cette fonctionnalité se cache le logiciel POPU© (pour POst traitement à PUlse) qui a été développé sous Matlab® [Bocquillon 2004]. Ce logiciel permet dans un premier temps, de lire les fichiers de mesures sauvegardés dans Pulse© et de convertir en compliance les FRF mesurées en accélération (par accéléromètres). La possibilité est donnée de visualiser les différentes grandeurs (Cohérence, Autospectre,  $H1$ ,  $H2$ ).

Le logiciel POPU© permet de gérer les différentes étapes de l'identification : détection de pics, calcul des facteurs d'amortissement par la méthode de largeur de pics à -3dB, identification du modèle paramétrique et représentation des déformées modales, avec optimisation possible des pôles dans le but d'améliorer la correspondance entre le modèle paramétrique et les FRF mesurées.

De plus, une passerelle vers les fonctionnalités de base de la Structural Dynamics toolbox® a été développée, de façon à convertir les structures de données au format attendu par la toolbox [Balmes & Leclerc 03].

Les fonctionnalités « **Paramètres de recalage** » et « **Recalage automatique** » permettent de recalibrer le modèle de broche de trois manières différentes :

- Recalage fréquentiel :



Le principe est de faire converger les fréquences modales du modèle vers les fréquences modales issues de la procédure d'identification. Une interface graphique (Figure 5-6) permet à l'utilisateur de sélectionner les paramètres du modèle, les valeurs mini et maxi ainsi que le pas de variation du paramètre. Un algorithme de calcul détermine pour chaque combinaison des paramètres choisis les fréquences des modes propres du modèle. A l'issue du calcul, la combinaison de paramètres qui conduit à minimiser l'écart quadratique sur les modes sélectionnés est fournie.

Il existe 16 paramètres possibles pour recalculer le modèle. Ces paramètres sont la masse volumique, le module d'*Young*, le coefficient de *Poisson* du matériau constitutif des cinq zones de l'arbre de broche et un paramètre  $\delta$  pour moduler la raideur radiale du palier arrière afin de tenir compte de la rigidité de la douille à bille dans laquelle il est monté.

A l'issue du calcul, la base de données du modèle est remise à jour avec les paramètres qui ont minimisé l'écart sur les modes.

- Recalage en amortissement :

L'objectif est, ici, de faire converger les facteurs d'amortissement modaux du modèle vers ceux déterminés à la suite de la procédure d'identification expérimentale. L'algorithme permet de minimiser un coût quadratique représentatif de l'écart entre la FRF numérique et identifiée. Cette optimisation peut se faire localement autour des modes ou plus globalement sur une bande de fréquence. Trois paramètres  $\alpha, \beta, \gamma$  permettent le réglage de la matrice d'amortissement (Eq.2.3).

- Recalage par analyse modale

Il s'agit d'une combinaison des deux programmes précédents. Un recalage en amortissement est effectué avec, à chaque pas de calcul, une analyse fréquentielle.

Une interface utilisateur (Figure 5-6) permet donc de sélectionner les paramètres sur lesquels on souhaite travailler (recalage modal, fréquentiel ou modal avec analyse fréquentielle à chaque pas), les étendues de variation (sous la forme : valeur mini, pas de calcul, valeur maxi), le fichier contenant les données expérimentales et à partir duquel seront exprimés les écarts et les modes que l'on choisit d'utiliser pour le

recalage. Cette interface comporte également une évaluation du bouclage en terme de temps de calcul.

**Paramètres du recalage automatique**

**Recalage par analyse modale**

Rotor:

☒ Rotor

Ra:  5500

E (x10<sup>6</sup>):  20500

G (x10<sup>6</sup>):  000

**Recalage par analyse fréquentielle**

Fréquence:

$Drot = \delta Ra + \delta MI + \gamma K$

delta:  x 10

delta:  x 10

gamma:  x 10

barre\_rectifiee.mat

Modes mesurés:

Modes théoriques:

**Evaluation du bouclage**

145500 itérations soit 1h 41min

**VALIDER**

Figure 5-6 : Interface de recalage

Lorsque l'on valide cette interface, une matrice « parametre.mat » est enregistrée, elle contient toutes les valeurs saisies dans l'interface. Ce programme se charge donc de récupérer les paramètres de recalage (en chargeant le fichier 'parametre.mat') puis de lancer un des trois types de recalage possible, à savoir un recalage modal, un recalage fréquentiel ou un recalage modal avec une analyse fréquentielle effectuée à chaque pas de calcul.

## 2.3 Processeur du logiciel

Le processeur de **BrochePro** permet la simulation et l'analyse des modèles de broche. Il regroupe les outils suivants :

- Analyse modale : Cette analyse fournit la valeur des modes de vibration en flexion du modèle ainsi que la forme associée de la déformée modale.
- Diagramme de Campbell : Il indique l'évolution des modes de flexion en fonction de la vitesse de rotation.
- Réponse au balourd : Elle présente la réponse fréquentielle de la broche lors d'une excitation de type 'balourd'.
- Réponse à une excitation synchrone : Elle montre la réponse fréquentielle de la broche lors d'une excitation synchrone d'un outil à 'Z' dents.
- Analyse fréquentielle : Elle permet d'observer l'apparition de modes sur la broche en fonction de la vitesse de rotation.
- Diagrammes des lobes de stabilité : Ils indiquent l'évolution des valeurs maximales admissibles de la profondeur de passe en fonction de la vitesse de rotation d'une broche munie d'un outil à 'Z' dents.

L'ensemble des outils est développé selon le même principe. Après avoir choisi le type de simulation à effectuer une fenêtre de dialogue doit être renseignée (Figure 5-7). Les simulations du modèle peuvent ensuite être conduites.

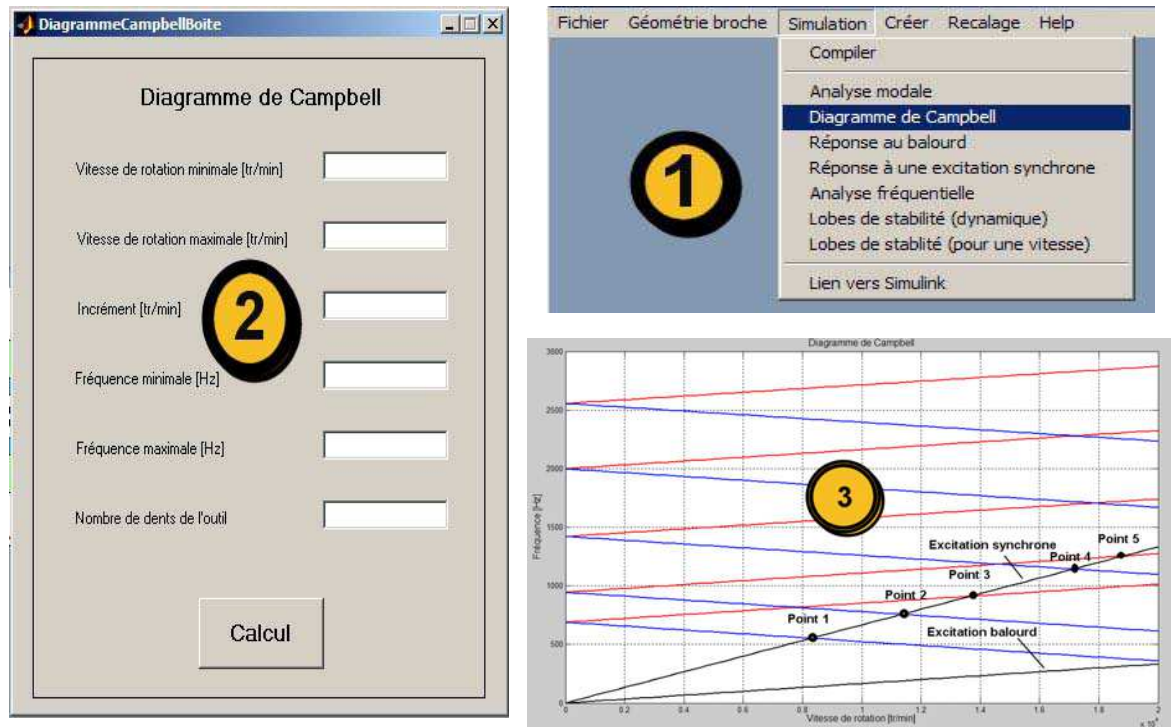


Figure 5-7 : Interfaces relatives au diagramme de Campbell

### 3 Conception de broche

Nous présentons deux applications pour illustrer la pertinence de l'outil logiciel *BrochePro* en phase de conception d'une opération d'usinage. La première application présente une étude comparative de broches de constructeurs différents sur la base de leurs lobes de stabilité respectifs. Cette démarche permet de sélectionner, pour un usinage donné, la broche qui présentera les meilleures performances en terme de stabilité. Elle permet de s'affranchir d'essais coûteux sur machine.

La seconde étude présente une démarche d'optimisation de conception de broche pour une opération d'usinage prédéfinie. Le critère d'optimisation consiste à positionner un pic de stabilité du diagramme de lobes de stabilité à la vitesse et à la profondeur de passe désirée. Les variables du problème sont liées à la géométrie de la broche. À l'issue de cette procédure une morphologie « optimisée » de broche est proposée. Ce type d'analyse constitue un outil d'aide en phase de conception de broche.

### 3.1 Etude comparative de broche

Une analyse concurrentielle de trois broches de marques différentes est réalisée à partir de la comparaison de leur diagramme respectif de lobe de stabilité (Figure 5-9). Les trois broches sont équipées du même outil deux dents Jabro JH 420 fretté dans un porte outil Kelch (Figure 5-8). La pièce à usinée est en aluminium AS7.

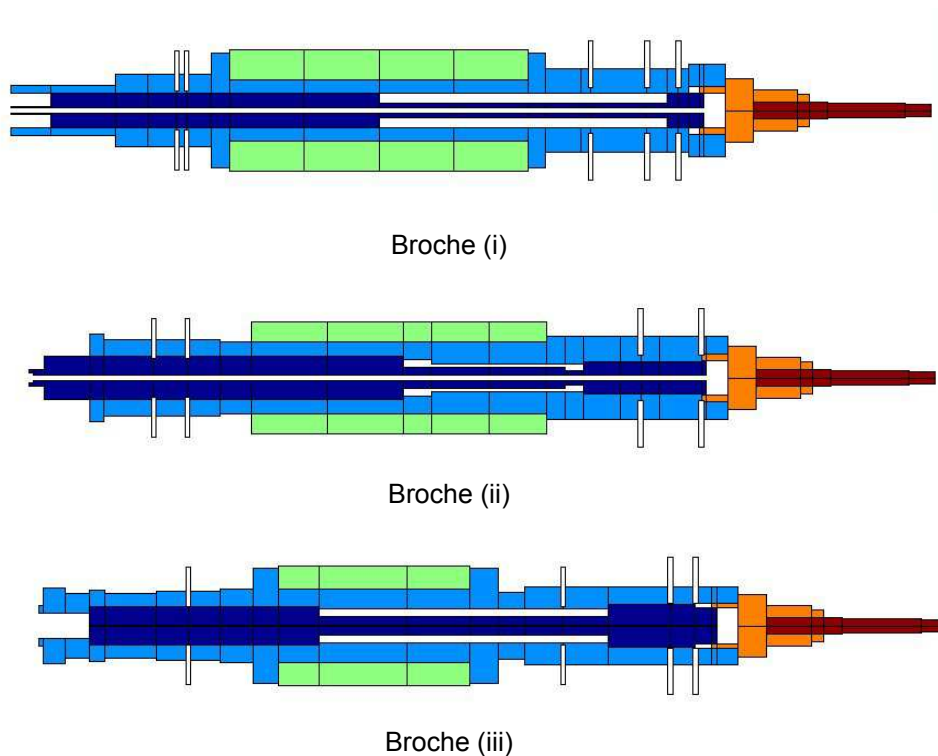


Figure 5-8 : Modèle EF de trois broches.

La morphologie différente des broches induit des variations sur les propriétés de stabilité. On observe un positionnement différent des lobes de stabilité ainsi que des valeurs de  $a_{lim}$  mini qui se différencient en raison des variations de rigidité dynamique.

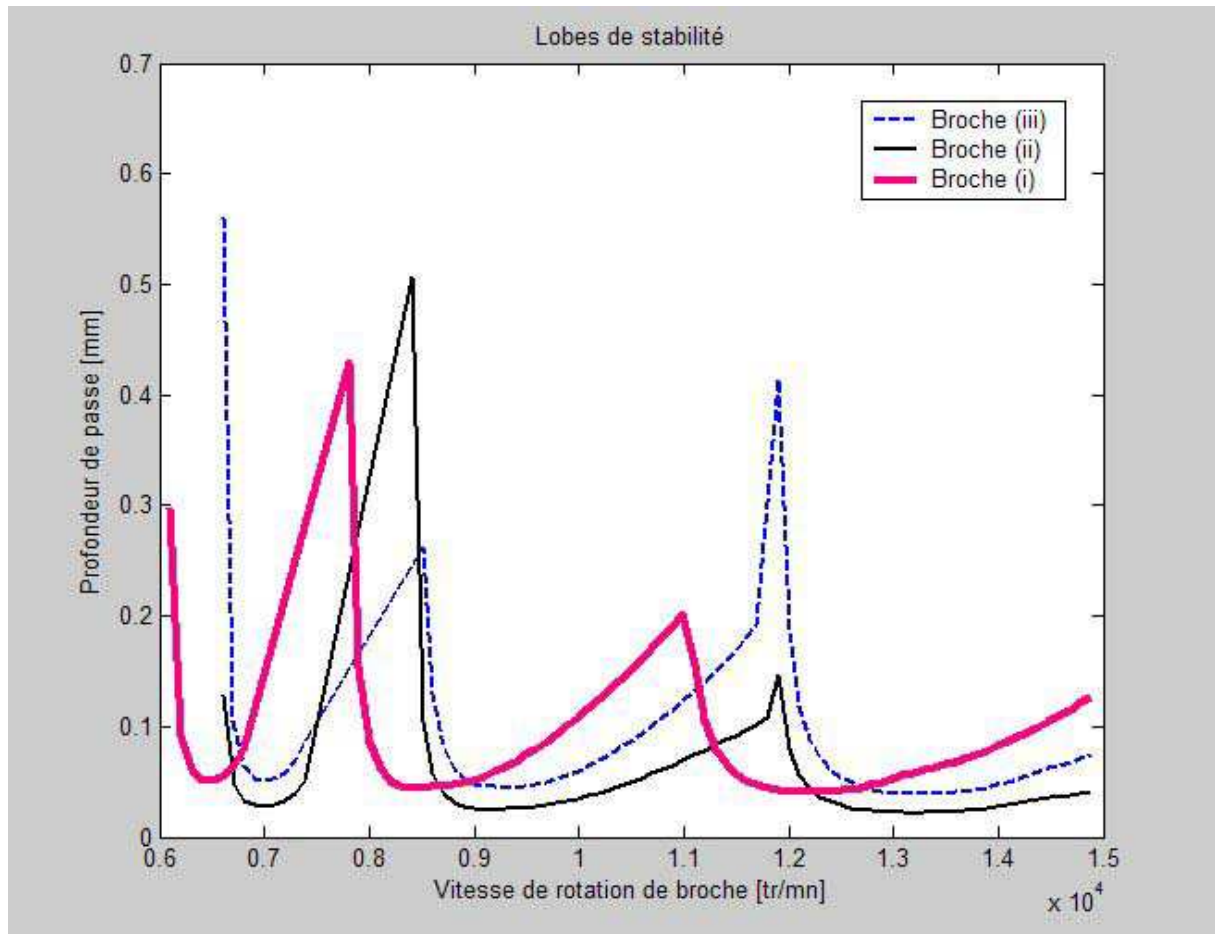


Figure 5-9 : Comparaison des lobes de stabilité respectif des différentes broches

Cette comparaison des limites de stabilité permet la sélection de la broche la plus adéquate pour réaliser l'usinage considéré.

Ainsi, pour des opérations d'usinage nécessitant des fréquences de rotations de 11000 et 12500 tr/mn, le choix se porte sur la broche (iii). La broche (i) est la plus performante dans les zones de vitesse allant de 6800 à 7800 tr/mn puis de 9000 à 10800 tr/mn. Enfin la broche (ii) permet des taux d'enlèvement de matière maximum dans la gamme de vitesse 7800 tr/mn à 8500 tr/mn.

## 3.2 Etude d'optimisation

La recherche de la configuration géométrique optimale d'une électrobroche pour réaliser une opération d'usinage prédéfinie représente un enjeu important pour l'ingénieur ou le technicien en phase de conception d'un processus d'usinage complet. L'outil logiciel développé permet d'observer les conséquences, en terme de stabilité de coupe, de variations de configuration géométrique et permet de s'affranchir d'essais onéreux pour qualifier une broche. L'exemple développé ci-après constitue une illustration d'optimisation de conception d'électrobroche UGV.

La fonction objectif de l'étude d'optimisation est définie ci-après :

Les conditions de coupe définie par la profondeur de passe et la vitesse de rotation de la broche doivent se situer en dessous de la limite définie par les lobes de stabilité afin d'éviter les vibrations de broutement.

La position des lobes de stabilité est dépendante de la fonction de transfert de la broche au nœud représentatif du bout d'outil. La valeur de la prise de passe est liée quant à elle à la rigidité dynamique des modes. Nous proposons de régler la position des modes en modifiant la géométrie de la broche de façon à positionner les pics du diagramme des lobes sur la vitesse de broche désirée et avec une profondeur de passe maximum.

Le réglage de la dynamique de la broche est réalisé en positionnant de façon optimale les roulements et la partie rotorique le long de l'arbre de broche. Les variables de conception sont représentées par les positions des roulements et du rotor le long de l'arbre. Les contraintes sur ces paramètres de conception sont données par les limites à respecter pour conserver les emplacements liés au système de lubrification.

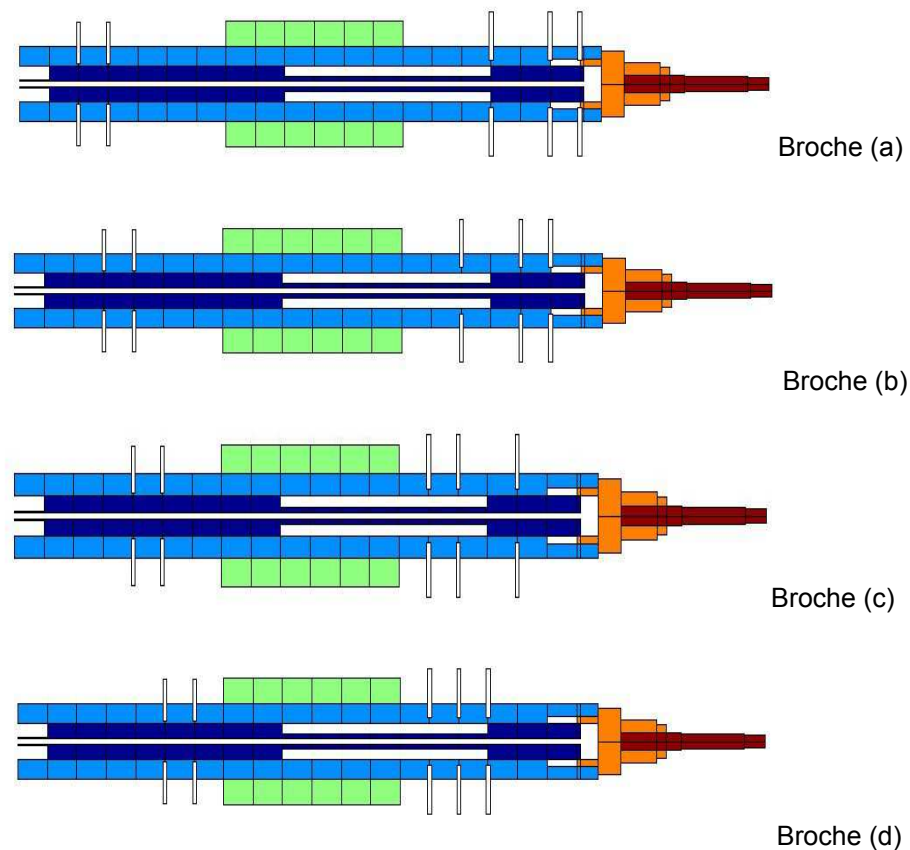


Figure 5-10 : Quelques étapes d'évolution de conception

L'étude d'optimisation est réalisée à partir de la description géométrique d'une broche existante. Cette broche possède trois roulements en nez de broche et deux roulements sur le palier arrière. L'opération d'usinage qui constitue la cible de notre étude est caractérisée par l'usinage d'une pièce en aluminium avec une fraise possédant deux dents qui devra tourner à une fréquence de 17500 tr/mn.

La description initiale de la broche est donnée Figure 5-10 en broche (a). Quelques étapes d'évolution de conception sont indiquées. Il s'avère que la position du rotor le long de l'arbre n'influence pas le diagramme des lobes de stabilité. Elle est donc conservée en position centrale. Les diagrammes de lobe de stabilité Figure 5-11 associés sont ensuite donnés à différentes étapes du processus d'optimisation.



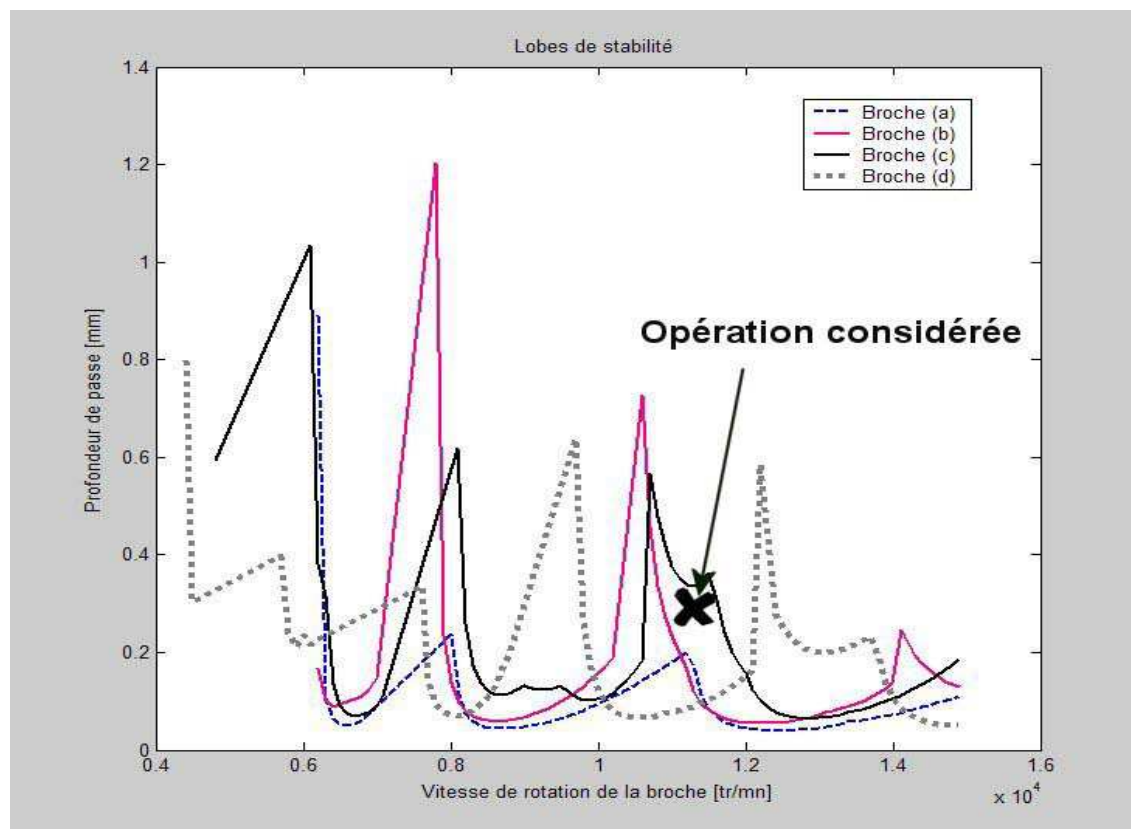


Figure 5-11 : Comparaison des lobes de stabilité respectifs des différentes broches

Le diagramme des lobes de stabilité associé à la broche (a) est en dessous du point représentatif de l'opération considérée. La coupe n'est donc pas stable pour la configuration initiale. L'évolution de configuration constructive des broches (a), (b), (c) et (d) repose sur un rapprochement progressif au centre de broche de la position des roulements. Les pics de stabilité de la « broche (b) » sont plus importants mais ils n'englobent pas le point représentatif de l'opération considérée. La broche (c) montre un diagramme qui englobe le point objectif. Enfin, la broche (d) présente un décalage vers la droite du pic de stabilité et n'englobe plus le point caractéristique de l'opération considérée.

L'optimisation de conception permet de faire ressortir une configuration constructive de broche (broche (c)) qui garantit la stabilité de la coupe aux conditions d'usinage envisagées.

## 4 Préconisations d'utilisation d'une électrobroche

Les conditions d'utilisation du couple broche-outil doivent répondre à deux contraintes principales. La première est relative à une contrainte industrielle de rentabilisation des moyens qui conduit à maximiser les débits d'enlèvement de matière en garantissant la qualité exigée au niveau des pièces. La seconde contrainte est relative à une utilisation rationnelle de l'ensemble pour allouer au matériel utilisé une fiabilité et une durée de vie maximum.

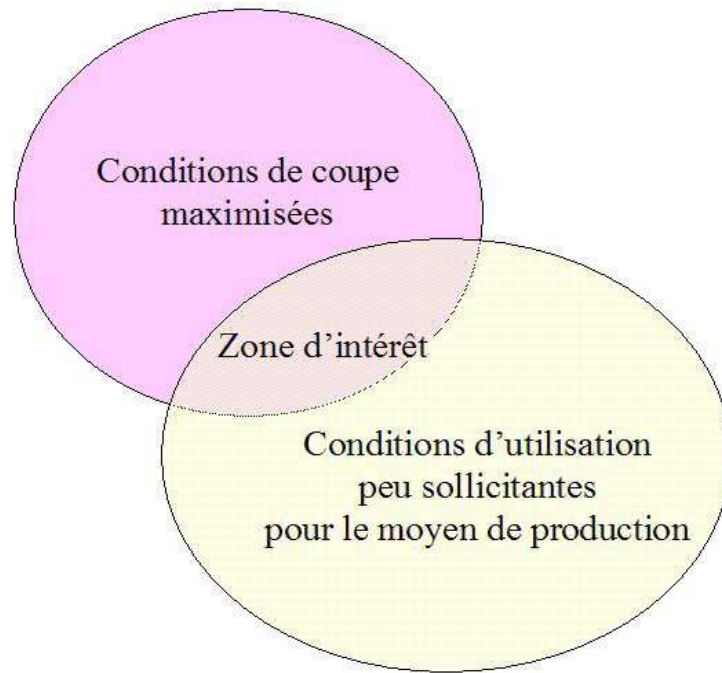


Figure 5-12 : Zone d'utilisation d'une électrobroche UGV.

Une zone d'intérêt pour l'utilisation (Figure 5-12) de la broche se situe à l'intersection de ces deux zones d'utilisation. Les conditions de coupe sont ainsi optimisées et sollicitent peu le moyen de production garantissent ainsi sa tenue en service.

Nous présentons, dans cette partie, une préconisation d'utilisation d'un couple broche-outil donné qui respecte les deux contraintes précédemment définies.

La broche d'étude considérée est une broche Fischer équipée d'un outil fraise 5 dents, diamètre 50 mm (Figure 5-13).

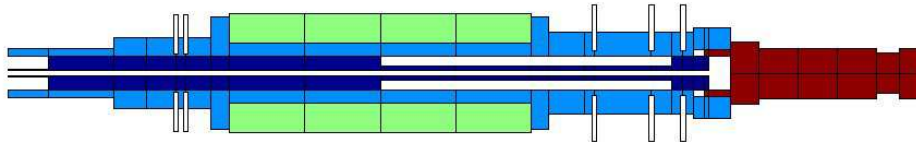


Figure 5-13 : Configuration broche-outil d'étude.

#### 4.1 Conditions d'utilisation pour la tenue en service du couple broche-outil

Pour la configuration donnée du couple broche-outil, une analyse de la réponse vibratoire à une excitation d'usinage est réalisée aux nœuds du modèle représentatifs des roulements (Figure 5-14).

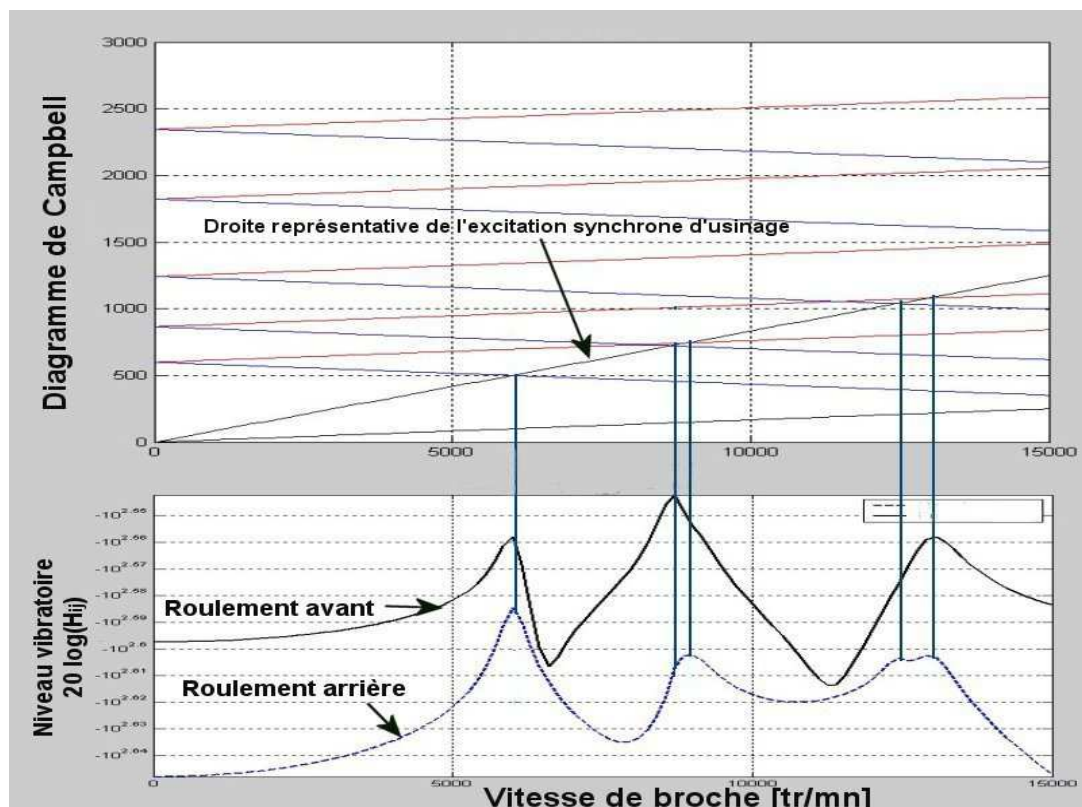


Figure 5-14 : Zone d'utilisation d'une électrobroche UGV.

Les conditions de rotation de la broche qui sollicitent le moins les roulements se situent dans les zones avoisinants 7000 tr/mn, 11500 tr/mn et 15000 tr/mn.

## 4.2 Conditions d'utilisation pour l'optimisation de la coupe

Pour la même configuration de broche-outil, le diagramme des lobes de stabilité dynamique est établi (Figure 5-15).

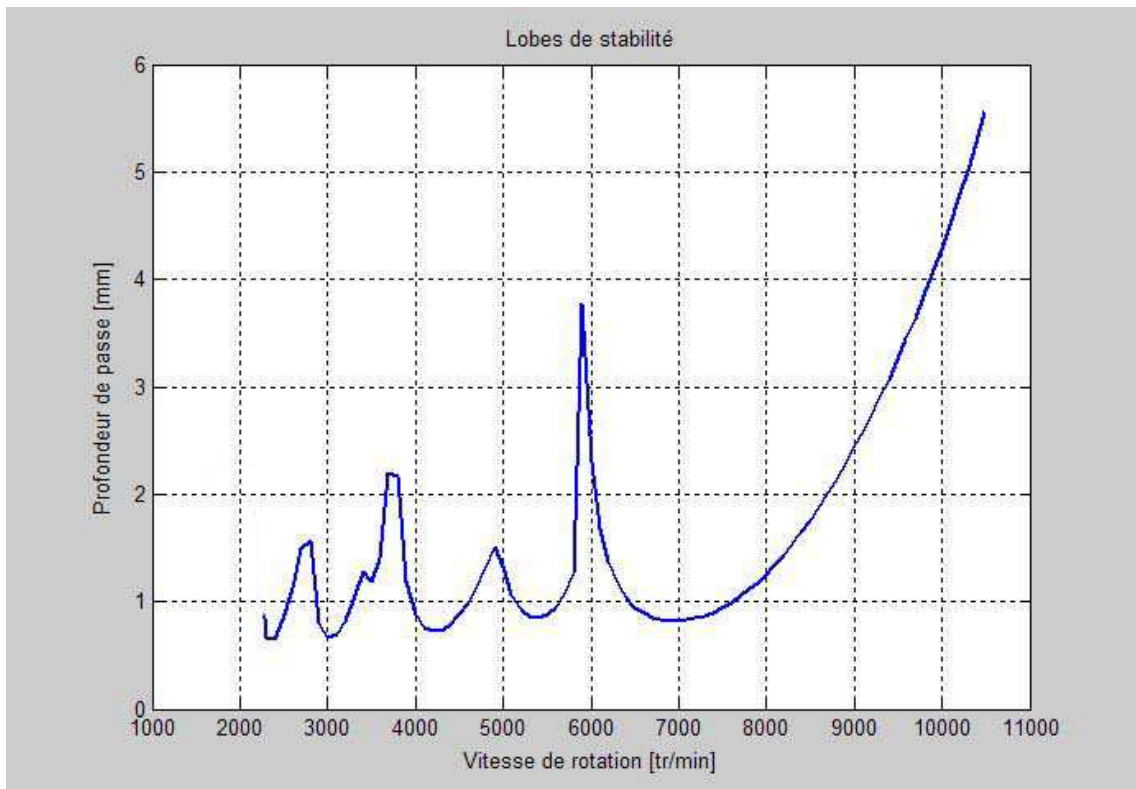


Figure 5-15 : Diagramme de lobes de stabilité dynamique.

L'analyse de ce diagramme montre cinq zones de vitesse de broche dans lesquelles la profondeur de passe admissible avant broutement présente un optimum. Les vitesses de broche avoisinant 2800, 3750, 4900, 5900 et 11000 tr/mn sont intéressantes pour maximiser le critère de productivité de l'opération d'usinage considérée.

### 4.3 Zone d'intérêt

La vitesse de broche avoisinant 6000 tr/mn présente un intérêt en terme d'optimisation de la coupe mais c'est une vitesse critique pour l'excitation synchrone d'une fraise cinq dents. Cette vitesse est donc à éviter.

La zone d'intérêt, commune aux deux préconisations, se situe de façon privilégiée autour de la vitesse de 11500 tr/mn. Autour de cette vitesse le ratio d'amplification vibratoire aux nœuds des roulements est proche de son minimum. Les vitesses de 2800 et 3750 tr/mn sont aussi intéressantes en terme de stabilité de la coupe et des faibles niveaux vibratoires engendrés sur les paliers. La productivité de l'opération d'usinage à ces vitesses de rotation est à valider par rapport aux exigences de production.

## 5 Conclusion

Les différentes applications présentées dans ce chapitre permettent d'illustrer l'intérêt des outils développés. Ces outils d'analyse ont été regroupés au sein d'un logiciel industriel **BrochePro** de modélisation et de simulation d'électrobroches UGV à roulements. L'analyse d'une opération d'usinage permet de qualifier l'ensemble broche-outil tant sur les aspects de tenue en service du matériel que pour garantir la productivité et la qualité de l'opération d'usinage envisagée.

Le logiciel constitue un outil de maîtrise des broches pour PCI, particulièrement utile en phase de conception et de réglage d'opérations d'usinage. Il répond ainsi à la préoccupation de l'industriel de fiabiliser l'utilisation des broches en production.

Les applications développées montrent les gains obtenus sur la prédiction et l'évaluation des propriétés dynamiques d'une électrobroche et de ses conséquences sur la stabilité de la coupe. La procédure de choix ou de conception d'électrobroches, d'outil et la détermination des conditions d'utilisation de l'ensemble est ainsi facilitée.

## Conclusion générale

---

Nous avons présenté dans ce mémoire, un travail de recherche portant sur la modélisation du comportement dynamique des électrobroches UGV.

Une approche de modélisation basée sur un couplage entre les résultats de modèles éléments finis et de modèles d'identification modale expérimentale a été conduite sur les différentes entités d'une électrobroche. Nous avons montré que le comportement dynamique global est essentiellement influencé par celui de l'entité tournante et des paliers de guidage.

Un modèle éléments finis d'une électrobroche en rotation a ensuite été développé. Il est construit par assemblage d'éléments spécifiques poutre-rotor pour modéliser l'entité tournante et des modèles des paliers à roulements. L'ensemble est implémenté sous matlab®. Ce modèle permet de mettre en évidence les phénomènes dynamiques liés aux grandes vitesses de rotation. L'analyse de ces phénomènes montre, en particulier, que le comportement dynamique d'une broche est fortement dépendant de sa vitesse de rotation. Notre modèle se démarque ainsi des modèles usuels de la littérature basés sur des configurations de broches non-tournantes.

Un dispositif expérimental, adaptable en nez de broche, a été conçu et réalisé pour mesurer les propriétés dynamiques d'une broche tournante sous excitation d'usinage. L'analyse des mesures expérimentales a permis de valider les résultats mis en évidence par le modèle numérique.

Dans un second temps, nous avons étudié les conditions de stabilité d'une opération de fraisage. L'intégration de la fonction de transfert de la broche, dépendante

de la vitesse de rotation, dans l'approche de stabilité en fraisage de *Budak et Altintas* nous permet de proposer un nouveau diagramme de lobes de stabilité. Ce diagramme prend en considération, en chacun de ces points, les propriétés dynamique réelles aux vitesses de rotation considérées du couple broche-outil. Des variations significatives de stabilité sont observées par rapport à l'approche classique construite sur les propriétés dynamiques d'une broche non tournante. Une campagne d'essais d'usinage menée chez PCI a permis d'établir un diagramme de lobes de stabilité expérimental de référence. Les gains et limites de notre approche ont ainsi pu être évalués avec précision.

L'ensemble de ces travaux a fait l'objet du développement d'un logiciel industriel **BrochePro** de modélisation et de simulation d'électrobroches UGV à roulements. Ce logiciel permet de qualifier l'ensemble broche-outil pour une opération d'usinage tant sur les aspects de tenue en service du matériel que pour garantir la productivité et la qualité de l'opération d'usinage envisagée. Il répond ainsi aux exigences industrielles exprimées par PCI. Les applications développées au chapitre 5 montrent les gains en précision et en terme d'aide à la conception apportées par l'utilisation du logiciel dans l'évaluation des propriétés dynamiques du couple broche-outil et de leurs conséquences sur la coupe.

A l'issue de ce travail, des perspectives d'approfondissements ou de nouvelles voies de recherche peuvent être mises en évidence.

- Concernant le modèle éléments finis de la broche, des limites de prédiction sont apparues. A l'issue de la procédure de recalage de modèle, il n'est pas possible de « coller » avec précision et sur une large bande de fréquence, à la FRF issue d'une analyse modale expérimentale. Les perspectives d'amélioration consistent d'une part, à étudier les limites inhérentes au modèle éléments finis proposé et d'autre part à proposer de nouvelles stratégies de recalage du modèle.
- Concernant la modélisation des paliers à roulements, des formulations affinées prenant en compte la vitesse de rotation sont à envisager. La prise en compte des variations de rigidité des roulements avec la vitesse de rotation doit permettre d'affiner les prédictions du modèle.
- Une voie d'amélioration pour gagner en précision dans la prédiction du comportement en bout d'outil d'une électrobroche repose sur une procédure

d'identification par des techniques expérimentales appropriées. Ainsi, les limites inhérentes aux modèles éléments finis et à son recalage n'interviennent plus. Un dispositif expérimental dédié, sur la base du banc d'essai développé dans nos travaux, est nécessaire. Cette procédure est en cours de développement et doit aboutir à l'identification de la fonction de transfert en bout d'outil du couple broche-outil en rotation. L'intégration de ce modèle identifié dans une approche de stabilité permet d'envisager une prédiction affinée des conditions de stabilité des opérations d'usinage.

D'une manière plus générale, les conditions de stabilité d'une opération d'usinage font intervenir aussi le comportement de la pièce. Il serait intéressant de coupler le comportement de l'ensemble broche-outil et de la pièce dans une approche globale de prédiction de la stabilité en usinage.

Les travaux développés dans ce mémoire pour modéliser le comportement dynamique des électrobroches à roulements peuvent être étendus à l'étude d'autres familles de broches. Les broches à paliers magnétiques, en particulier, sont sollicitées dans des gammes de vitesses de rotation bien supérieures à celle des électrobroches à roulements. L'analyse du comportement de ces broches, doit nécessairement s'appuyer sur des modèles de prédiction dynamiques des rotors afin de prendre en compte les variations de comportement dynamique liées à la vitesse de rotation. La modularité de notre logiciel doit permettre l'analyse de cette famille de broche. Il est nécessaire, pour cela, de développer des modèles comportementaux des paliers magnétiques et de les insérer en lieu et place des paliers à roulements actuels.

Enfin les compétences développées au cours de ces travaux s'inscrivent dans le cadre plus générale de la maîtrise du comportement dynamique des machines UGV. L'intégration du maillon broche dans une chaîne cinématique complète de machine UGV représente un intérêt fort à la fois scientifique et industriel et constitue une perspective à développer.





## Références bibliographiques

---

- [Agapiou & al 95] - J. Agapiou, E. Rivin, C. Xie, Toolholder / Spindle interfaces for CNC Machine Tools, Annals of the CIRP 44/1 (1995) 357-362.
- [Albrecht 60] – P. Albrecht, New developments in the theory of the metal cutting process, Part I : The ploughing process in metal cutting, Journal of engineering for industry, Transactions of the ASME (1960) 348-358.
- [Alfares & Elsharkawy 03] - M.A Alfares, A.Elsharkawy, Effects of axial preloading of angular contact ball bearings on the dynamics of a grinding machine spindle system, Journal of Materials Processing Technology 136, Issues 1-3(2003) 48-59.
- [Altintas & Budak 95] -Y. Altintas, E. Budak, Analytical prediction of stability lobes in milling, CIRP Annals 44 (1) (1995) 357-362.
- [Altintas 00] - Y. Altintas, Manufacturing automation, Cambridge university press (2000).
- [Anderson & Hallauer 80] – L. R. Anderson, W. L. Hallauer, AIAA SDM Conference paper 80-0801 (1980).
- [Andreason 73] – S. Andreason, Load distribution in a taper roller bearing arrangement considering misalignment, Tribology, June vol.6-3 (1973) 84-92.
- [Ansys 04] - Manuel complet du logiciel en ligne sur le site Internet: <http://www1.ansys.com/customer/content/documentation/70/index.html>
- [Arnaud & Dessein 03] – L. Arnaud, G. Dessein, Application de la théorie des lobes de stabilité au fraisage de parois minces, Recent Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, Kluwer Academic Publishers, (2003).
- [Balmes 03] – E. Balmes, Damping and complex modes (Modal Topics Presentation) – IMAC 21, Kissimmee (2003).

- [Balmes & Leclere 03] - E. Balmes, J. M. Leclere, Structural Dynamics Toolbox© : User's guide version 5.1, 423 p, (2003), <http://www.mssmat.ecp.fr/whoswho/perso/EBalmes/>
- [Bocquillon & al. 2004] – A. Bocquillon, Caractérisation expérimentale d'une broche UGV par identification modale, Mémoire de thèse CNAM, (2004) 197 p.
- [Bossmanns & Tu 99] - B. Bossmanns, J.F. Tu, A thermal model for high speed motorized spindles, International Journal of Machine Tools and Manufacture 39, Issue 9 (1999) 1345-1366.
- [Bourdon 97] – A. Bourdon, Modélisation dynamique globale des boîtes de vitesse. Thèse de Doctorat : INSA de Lyon (1997) 213 p.
- [Bouzgarrou 01] – C. B. Bouzgarrou, Conception et modélisation d'une machine-outil à architecture hybride pour l'UTGV. Thèse de Doctorat : IFMA(2001) 163 p.
- [Brandon, Al-Shareef 92] – J. A. Brandon, K. J. H. Al-Shareef, ASME journal of engineering for industry 114 (1992) 244-253.
- [Budak & Altintas 98] – E. Budak, Y. Altintas, Analytical prediction of chatter stability in milling, Part I and II, ASME journal of dynamic systems, measurement, and control, Vol 120 (1998) 22-30 et 31-36.
- [Childs 93] – D. Childs, Turbomachinery rotordynamics, Wiley (1993).
- [Davies et al 97] - M. A. Davies, T. J. Burns, C. J. Ewans, On the dynamics of chip formation in machining hard materials, CIRP annals 46 (1997) 25-30.
- [Davies & al 98] – M. A. Davies, B. Dutterer, J. Pratt, A. Schaut, On the dynamics of high-speed machining with long slender endmills, Annals of the CIRP, 41(2)(1998) 55-60.
- [De silva 00] - W. De Silva, Vibration : Fundamentals and Practice, Washington DC : CRC Press, 943p, (2000).
- [Del Pedro & Pahud 89] – M. El Pedro, P. Pahud, Mécanique Vibratoire : systèmes discrets linéaires, Lausanne : Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 253p (1989).
- [Doi & Kato 56] – S. Doi, S. Kato, Chatter Vibration of Lathe Tools, ASME Transactions, 78, (1956) 1127-1134.
- [Endre 92] - W.J. Endres, A Dual Mechanisms Approach to the Prediction of Machining Forces For Metal Cutting Processes, Ph.D. Dissertation (1992) University of Illinois at Urbana-Champaign, 1992.
- [ELPS 04] - Accord-mill software from ELPS company. 25, rue Coulomb, 46100 FIGEAC.

- [Ewins 84] – D. J. Ewins, Modal testing : Theory and practice, Research press, New York (1984).
- [Faassen & al 03] - R. P. H. Faassen, N. van de Wouw; J.A.J. Oosterling, H. Nijmeijer, Prediction of regenerative chatter by modelling and analysis of high-speed milling, International Journal of Machine Tools and Manufacture 43 (2003) 1437-1446.
- [Gagnol & al 05-1] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Modelling approach for a high speed machine tool spindle-bearing system, CD-ROM proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences, Long Beach, USA September 24-28, (2005).
- [Gagnol & al 05-2] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Dynamic analysis of a high speed machine tool spindle-bearing system, CD-ROM proceedings of the ECCOMAS Conferences, Madrid, Spain June 21-24, (2005).
- [Gagnol & al 05-3] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Caractérisation du comportement dynamique d'une broche UGV, Actes des assises UGV, Clermont-ferrand, (2004).
- [Gagnol & al 05-4] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Caractérisation expérimentale d'une broche UGV par identification modale, Actes des conférences de CFM 2005 sur CD-ROM, Troyes,(2005).
- [Gagnol & al 05-5] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Chatter stability prediction considering the speed-dependent spindle dynamics, HSM conference, Metz, (2006).
- [Gagnol & al 05-6] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Dynamic analyses and design optimisation of high speed spindle-bearing system, IDMME conference, Grenoble, (2006).
- [Gagnol & al 05-7] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, La théorie des lobes de stabilité et son application dans le domaine industriel, Actes des assises UGV, Aix en provence,(2006).
- [Gagnol & al 05-8] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Model-based chatter stability prediction for high-speed spindles, Article soumis à l'International Journal of machine tools and manufacture le 17 septembre 2005.
- [Gagnol & al 05-9] - V. Gagnol, C. B. Bouzgarrou, P. Ray, C. Barra, Rotor dynamics based chatter prediction in milling and spindle design optimization, Article soumis au Journal of Manufacturing Science and Engineering le 17 février 2006

- [Genta 95] - G. Genta, Vibration of structures and Machines. Practical Aspects, Springer-Verlag (1995).
- [Grabec 88] – I. Grabec, Chaotic dynamics of the cutting process, International journal of machine tool and manufacture 28 (1988) 19-32.
- [Guyan 65] – R. J. Guyan, AIAA Journal 3 (1965) 380.
- [Hagiu & Gafitanu 97] - G.D. Hagiu, M.D. Gafitanu, Dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearings, Wear, Volume 211, Issue 1, October (1997) 22-29.
- [Harris 84] – T. A. Harris, Rolling bearing analysis. 2<sup>nde</sup> edition, New York : John Wiley and sons (1984) 565p.
- [Ibrahim 88] - S.R. Ibrahim, Modal Identification from Control Versus Structural Dynamics Views, IMAC, (1988)1-7.
- [Insperger & Stépan 00] – T. Insperger, G. Stépan, Stability of the milling process, Periodica polytechnica mechanical engineering 44 (1) (2000) 47-57.
- [Insperger & Stephan 02] - T. Insperger, G. Stépan, Stability chart for the delayed Mathieu equation, Proceedings of the royal society, mathematical, physical and engineering sciences, Vol. 458, (2002) 1989-1998.
- [Jones 60] – A. B. Jones, A general theory for elastically constrained ball and radial roller bearings under arbitrary load and speed conditions, ASME journal of basic engineering, (1960) 309-320.
- [Jorgensen & Shin 97] - B.R. Jorgensen, Y.C Shin, Dynamics of machine tool spindle-bearing systems under thermal growth, ASME Journal of Tribology 119 (1997) 875-882.
- [Jorgensen & Shin 98] - B.R. Jorgensen, Y.C Shin, Dynamics of spindle-bearing systems at high speeds including cutting load effects, Journal of Manufacturing Science and Engineering 120 (1998) 387-394.
- [Kaufeld 90] – M. Kaufeld, High-speed milling from a user's and machine builder's viewpoint, Werkstatt and Betrieb 123(10) (1990) 797-801.
- [Kegg 69] – R. L. Kegg, Chatter behaviour at low cutting speed, Annals of the CIRP, Vol.27 (1969) 97-106.
- [Komanduri & al 85] – R. Komanduri, J. McGee, R. A. Thompson, J.P. Covy, F. J. Truncale, V.A. Tipnis, R.M. Stach, R.I. King, On a methodology for establishing the machine tool system requirements for high-speed/ high-throughput machining, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME 107 (1985) 316-324.

- [Lalanne & Ferraris 01] – M. Lalanne, G. Ferraris, Rotordynamics prediction in engineering, 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley and sons (2001).
- [Lantto 97] – E. Lantto, Finite element model for elastic rotating shaft, Acta Polytechnica Scandinavia, Electrical engineering series 88 (1997) 1-73.
- [Lapujoulade et al 02] – F. Lapujoulade, T. Mabrouki, K. Raïssi, Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces , Mécanique & industrie, 3(2002) 403-418.
- [Larsen & Son 88] – K. Larsen & Son, Essais structurels : 1ère partie : Mesures de mobilité, Document pédagogique Brüel & Kjaer®, 47 p, (1988).
- [Larsen & Son 89] – K. Larsen & Son, Essais structurels : 2ème partie : Analyse modale et simulation, Document pédagogique Brüel & Kjaer®, 53 p, (1989).
- [Lim 90] - T. C. Lim, Vibration transmission through rolling element bearing, Part I to IV. Journal of Sound and Vibration 139-2 (1990), 179-199.
- [Lin et al 03] – C.W. Lin, J.F. Tu, J. Kamman, An integrated thermo-mechanical-dynamic model to characterize motorized machine tool spindles during very high-speed rotation, International Journal of Machine Tools and Manufacture 43, Issue 10 (2003) 1035-1050.
- [Merchant 44] – M. E. Merchant, Basic mechanics of the metal-cutting process, Journal of Applied Mechanics, Vol. A (1944)168-175.
- [Meritt 65] -H. Meritt, Theory of self-excited machine tool chatter, Transactions of ASME Journal of Engineering for Industry 87 (1965) 447-454.
- [Minis 93] – I. Minis, R. Yanushevsky, a new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling, Journal of engineering for industry, Transaction of the ASME, Vol. 115(1993) 1-8.
- [Moraru & al 05] – G. Moraru, D. Brun-picard, M. Ouladsine, S. Mas, Diagnostic et maintenance préventive des électrobroches UGV, Mécanique & Industries, (2005) 425-430.
- [Movahhedy & Mosaddegh 05] – M. R. Movahhedy , P. Mosaddegh ,Prediction of chatter in high speed milling including gyroscopic effects, , International Journal of Machine Tools and Manufacture xx (2005) 1-6.
- [Murray & al 94] – R. M. Murray, Z. Li, and S. S. Sastry, A mathematical introduction to robotic manipulation, CRC Press, USA (1994).

- [Nelson & Mc Vaugh 76] – H. D. Nelson, J. M. McVaugh, The dynamics of rotor-bearing systems using finite element, Journal of engineering for industry, transactions of the ASME 93 (2) (1976) 593-600.
- [Nelson 80] – H.D. Nelson, A finite rotating shaft element using Timoshenko beam theory, Journal of Mechanical design, Transactions of the ASME 102 (1980) 793-803.
- [Palmgreen 67] – A. Palmgreen, Les roulements descriptions, théorie, applications, Paris : SKF (1967) 120p.
- [Peigné 03] – G. Peigné, Etude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil, Mémoire de thèse (2003).
- [Piranda 05 ] – J.Piranda, Analyse modale expérimentale, les techniques de l'Ingénieur, R 6 180 1-30.
- [Rajab 82] – M. D. Rajab, Modelling of the transmissibility through rolling bearing under radial and moment loads. Thèse de doctorat : Ohio state university (1982).
- [Reddy, Sharan 87] – V. R. Reddy, A. M. Sharan, ASME journal of vibration, acoustics, stress and reliability design 109(1987) 407-415.
- [Ren, Beards 95] – Y. Ren, C. F. Beards, Journal of sound and vibration 186(4)(1995) 567-587.
- [Richardson 99] – M. H. Richardson, Structural Dynamics Measurements – Vibrant Technology, Inc, Jamestown (1999).
- [Salomon 31] – C. Salomon, Verfahren zur bearbeitung von metallen oder bei bearbeitung durch schneidende werkzeuge von sich ähnlich verhaltenden werkstoffen, Deutsches patent Nr.523594.
- [Schmitz, Donaldson 00] - T. Schmitz, R. Donaldson, Predicting high-speed machining dynamics by substructure analysis, Annals of the CIRP 123 (2000) 303-308.
- [Schmitz & al. 01] – T. Schmitz, M. Davies, M. Kennedy, Tool point frequency response prediction for high-speed machining by RCSA, Journal of manufacturing science and engineering, Vol123 (2001) 700-707.
- [Schmitz & al. 04] – T. Schmitz, J. Ziegert, C. Stanislaus, A method for predicting chatter stability for systems with speed-dependent spindle dynamics, Transactions of NAMRI/ SME, 32 (2004) 17-24.
- [Shin 92] – Y. C. Shin, ASME journal for engineering for industry 114(1992) 23-30.

- [Smith & Tlusty 90] – S. Smith, J. Tlusty, Update on High Speed Milling Dynamics, Journal of Engineering for Industry, 112 (1990) 142-149.
- [Smith & al 99] - S. Smith, P. Jacobs, J. Halley, The effect of drawbar force on metal removal rate in milling, Annals of the CIRP 48/1 (1999) 293-296.
- [Smith & al. 98] - S. Smith, W. Winfough, J. Halley, The effect of tool length on stable metal removal rate in high-speed milling, Annals of the CIRP, Vol.113 (1998)307-310.
- [Shin 92] - Y. C. Shin, ASME Journal for engineering for industry 114(1992)23-30.
- [Spiewak 95] – S. A. Spiewak, International journal of machine tools and manufacture 35 (1) (1995) 1-17.
- [Spiewak & Nickel 01] - S. A. Spiewak, T. Nickel, Vibration based preload estimation in machine tool spindles, International Journal of Machine Tools and Manufacture 41, Issue 4 (2001) 567-588.
- [Stein & Tu 96] - J.L. Stein, J.F. Tu, Active thermal preload regulation for machine tool spindles with rolling element, Journal of Manufacturing Science and Engineering 118 (1996) 499-505.
- [Thevenot & al 04] – V. Thevenot, L. Arnaud, G. Dessein, G.Cazenave-larroche, Integration of dynamic behaviour variations in stability lobes method : 3D lobes construction and application to thin walled structure milling. International journal of advanced manufacturing technology (2004).
- [Timoshenko 28] - S.Timoshenko, Vibration problems in engineering, D.Van Nostrand Company, New York (1928).
- [Tlusty & Polacek 63] - J. Tlusty, M. Polacek, The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining, Proceedings of the ASME International Research in Production Engineering, Pittsburgh, USA, (1963) 465-474.
- [Tlusty & al 96] – J. Tlusty, S. Smith, W. Winfough, Techniques for the use of long slender end mills in high-speed machining, Annals of the CIRP, Vol.45/1 (1996) 393-396.
- [Tlusty 00] – J.Tlusty, Manufacturing processes and equipment, Prentice Hall (2000).
- [Tobias, Fishwick 58] - S. Tobias, W. Fishwick, Theory of regenerative machine tool chatter, The Engineer, February, (1958).
- [Walford & Stone 80] – T. L. Walford, B.J. Stone, The measurement of the radial stiffness of rolling element bearing under oscillation condition, Journal Mechanical Engineering Science, Volume 22, No.4, (1980).



[Wang & Chang 94] - W.R. Wang, C.N. Chang, Dynamic analysis and design of a machine tool spindle-bearing system, Journal of Vibration and Acoustics, Volume 116, Issue 3, july (1994) 280-285.

[Weck, Schubert 94] – M. Weck, I. Schubert, New interface machine/tool : hollow shank, Annals of the CIRP,(1994), Vol. 43/1, 345-348.

[Wiercigroch & Budak 01] – M. Wiercigroch, E. Budak, Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting, Philosophical transactions of the royal society of london 359 (A) (2001) 663-693.

[Wiercigroch & Kristsov 01] - M. Wiercigroch, A. M. Kristsov, Frictional chatter in orthogonal metal cutting, Philosophical transactions of the royal society of london 359 (A) (2001) 713-738.

[Yakhou 99] – K. Yakhou, Validation expérimentale d'un modèle dynamique global de boîte de vitesse automobile. Thèse de Doctorat : INSA de Lyon(1999) 195p.

[Young 88] – W. B. Young, Dynamic modeling and experimental measurements of a gear shaft and housing system. Thèse de doctorat : Ohio State University (1988).

[Zorzi & Nelson 77] – E. S. Zorzi, H.D. Nelson, Finite element simulation of rotor-bearing systems with internal damping, Journal of Engineering for power, Transactions of the ASME 7 (1977) 1-76.

## Annexe 1

---

### Analyse Modale Expérimentale

L'analyse modale expérimentale a pour objectif principal de déterminer les paramètres modaux nécessaires pour formuler un modèle mathématique dynamique d'une structure réelle [Piranda 05].

Ces paramètres modaux sont :

- les fréquences propres
- les facteurs d'amortissement
- les formes propres (ou déformées modales).

L'analyse modale expérimentale repose sur la mesure du rapport entre une excitation donnée à la structure à caractériser (bien souvent une force), et la réponse de cette structure à l'excitation (déplacement, accélération, ...). Les FRF vont donc être les descripteurs principaux à analyser pour déterminer les caractéristiques modales d'un système.

Lorsque les FRF ont été déterminées, une analyse numérique est réalisée afin d'extraire les paramètres modaux du système. Cette analyse consiste, le plus souvent, à identifier les FRF d'un modèle théorique aux FRF expérimentales : c'est l'identification modale expérimentale.

## Discrétisation

Les mesures étant faites par nature ponctuellement, alors que la structure étudiée est continue, il est nécessaire d'effectuer une discrétisation de la structure. Cette discrétisation est déterminée par le choix des points d'application de l'excitation et des points de mesure de la réponse. Le nombre de points est fonction du nombre de mode que l'on souhaite visualiser, et de la résolution spatiale souhaitée pour décrire les déformées modales.

Les directions de mesure dépendent du type de déformée que l'on souhaite visualiser (flexion, torsion, traction, écrasement, ...). Le fait de ne mesurer que certaines directions et qu'un nombre de points limité, constitue une troncature spatiale.

En pratique, les forces d'excitations sont, par commodité, appliquées en des points où la mesure des réponses est aussi effectuée. Le nombre  $L$  de ddl du système discrétisé est alors égal au produit du nombre  $N$  des points de mesures (ou « nœuds », par analogie à la modélisation éléments finis) par le nombre de coordonnées généralisées mesurées en ce nœud. Dans le cas le plus général où l'on mesure en chaque nœud dans les trois directions (on suppose un repère orthogonal  $(x, y, z)$  associé à la pièce), les vecteurs généralisés des déplacements, vitesses et accélérations, prennent la forme suivante :

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ \vdots \\ x_N \\ y_N \\ z_N \end{Bmatrix} ; \quad \{\dot{u}\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_N \\ \dot{y}_N \\ \dot{z}_N \end{Bmatrix} ; \quad \{\ddot{u}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{z}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{z}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_N \\ \ddot{y}_N \\ \ddot{z}_N \end{Bmatrix}$$

On en déduit le nombre de ddl  $L$ .

## Fonctions de réponse en fréquence

Les fonctions de réponse en fréquence sont définies comme le rapport entre la réponse au nœud  $r$  et l'excitation au nœud  $e$ . Si la réponse est un déplacement et l'excitation un effort la FRF s'appelle compliance et s'écrit [Richardson 99], [Yakhou 99] :

$$H_{re}^{comp}(\omega) = \frac{X_r(\omega)}{F_e(\omega)} [\text{m.N}^{-1}]$$

Les mesures expérimentales sont généralement obtenues par des accéléromètres. L'information obtenue est une accélération et non un déplacement. On est ainsi amené à introduire l'accélération (ou inertance) qui n'est rien d'autre qu'une FRF dont la réponse est une accélération :

$$H_{re}^{acc}(\omega) = \frac{\ddot{X}_r(\omega)}{F_e(\omega)} [\text{m.s}^{-2}.\text{N}^{-1}]$$

Une FRF dont la réponse est une vitesse s'appelle mobilité ; en pratique elle est peu utilisée et s'écrit :

$$H_{re}^{mob}(\omega) = \frac{\dot{X}_r(\omega)}{F_e(\omega)} [\text{m.s}^{-1}.\text{N}^{-1}]$$

On peut passer d'une formulation à une autre en utilisant :

$$H_{re}^{comp}(\omega) = \frac{H_{re}^{acc}(\omega)}{-\omega^2} = \frac{H_{re}^{mob}(\omega)}{j\omega}$$

Remarques :

- Lorsque la représentation des FRF en diagramme de Bode fait apparaître sur l'information amplitude des pics distincts les uns des autres, on est en présence d'une structure faiblement amortie et totalement découplée, les pulsations propres sont éloignées les unes des autres. Dans ce cas, il est possible de définir une matrice  $\Phi$  de changement de base, formée à partir des vecteurs colonnes des modes propres de la façon suivante :

$$\Phi = [\psi_1, \dots, \psi_k]$$

dans laquelle, la forme de la matrice d'amortissement  $\mathbf{C}$  est telle que  ${}^t\Phi\mathbf{C}\Phi$  soit diagonale. L'identification peut se faire mode par mode.

- Lorsque l'amortissement est plus important et que les modes se superposent, les pics d'amplitude dans la représentation de Bode sont moins nets. L'identification est alors plus délicate mais reste possible en choisissant  $\mathbf{C}$  de telle sorte que  ${}^t\Phi\mathbf{C}\Phi$  soit diagonale. Le système reste découplé.
- Quand le diagramme de Bode en amplitude ne laisse apparaître aucune résonance franche (fréquences propres proches, et amortissement important), les modes sont dits amortis et couplés.  ${}^t\Phi\mathbf{C}\Phi$  n'est alors pas diagonalisable.

En balayant toutes les positions  $e$  d'excitation et  $r$  de réponse, on note que les  $H_{re}^{comp}(\omega)$  forment une matrice  $\mathbf{H}$  appelée matrice des FRF ou matrice de mobilité. La connaissance de cette matrice suffit pour déterminer tous les vecteurs propres du système étudié.

Par nature  $\mathbf{H}$  permet de relier les vecteurs excitation  $\mathbf{F}$  et réponse  $\mathbf{X}$ .

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \cdot \mathbf{F}(\omega)$$

Ainsi pour une structure linéaire et à une pulsation  $\omega$ , le vecteur  $\mathbf{X}$  des réponses aux  $Nr$  nœuds de réponse et le vecteur  $\mathbf{F}$  des excitations aux  $Ne$  nœuds d'excitation sont liés par une matrice des FRF rectangulaire de  $Nr \times Ne$  termes.

$$\begin{Bmatrix} X_1(\omega) \\ \vdots \\ X_{Nr}(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & H_{12}(\omega) & \cdots \\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}_{Nr \times Ne} \cdot \begin{Bmatrix} F_1(\omega) \\ \vdots \\ F_{Ne}(\omega) \end{Bmatrix}$$

Les nœuds d'excitation correspondent souvent dans nos applications à des nœuds de réponse. On a donc  $Nr = Ne = N$  et la matrice des FRF est donc carrée ( $N \times N$  termes).

Si l'on assume l'hypothèse de réciprocité, alors il suffit de connaître une seule ligne ou une seule colonne de  $\mathbf{H}$  pour déterminer tous les vecteurs propres de la structure.

En pratique on peut déterminer une colonne de  $\mathbf{H}$  lorsqu'on impose une impulsion à un seul ddl de la structure et que l'on mesure la réponse suivant tous les ddl. Réciproquement, on peut déterminer une ligne de  $\mathbf{H}$  en mesurant la réponse suivant un seul ddl de la structure lorsqu'on fournit des impulsions à tous les ddl.

### Moyens de mesure, chaîne d'acquisition

Le banc d'acquisition est d'origine Bruël & Kjaer® ; il dispose de 8 voies de mesures et d'un générateur de signaux. Ce dernier ne sera pas utilisé pour le sonnage au marteau mais est nécessaire quand on utilise un pot vibrant. Le banc est connecté à un ordinateur PC et piloté par le logiciel Pulse® version 4.1.

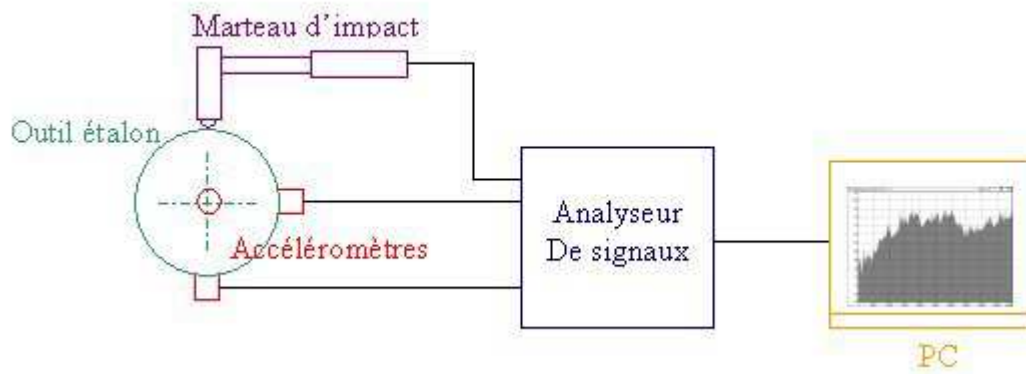


Figure A1-1 : Chaîne d'acquisition

Pulse® prend en charge l'acquisition des signaux temporels et remplit le rôle d'analyseur de spectre (calcul de la FFT des signaux). Il dispose de fonctions mathématiques permettant de calculer et de visualiser les fonctions d'autospectres, de cohérence ainsi que les fonctions de réponse en fréquence  $H1$ ,  $H2$ ...

Pour appliquer et mesurer l'excitation, on utilise un marteau de choc de marque PCB® auquel est associé un capteur de force piézoélectrique à sortie en tension de sensibilité 2mV/N et de bande passante 600-8000Hz.

Pour mesurer la réponse, deux accéléromètres piézoélectriques identiques de marque Bruel & Kjaer® sont utilisés. Leur masse de 0.5g est particulièrement adaptée aux mesures de vibrations. Dans l'ensemble de notre étude elle sera donc négligée devant celle de la structure à caractériser. La sensibilité nominale des accéléromètres est de l'ordre de 1.650pC/g, la bande passante de 10-10000Hz, l'étendue de mesure de  $\pm 1000g$ . Ces accéléromètres n'ont pas d'électronique intégrée et requièrent donc l'utilisation de convertisseurs charge/tension.

## Annexe 2

---

### Méthode d'identification modale

L'exploitation des résultats de tests passe généralement par la détermination expérimentale de propriétés modales. Le terme identification est utilisé ici pour désigner l'ensemble des méthodes dont l'objectif est de caractériser un modèle paramétrique (modèle d'état, fraction polynomiale, pôle / mode complexe ou modes normaux / amortissement) à partir de mesures de la réponse dynamique d'une structure. Ce problème a fait l'objet d'une littérature très abondante en mécanique et en automatique (avec parfois quelques conflits entre les deux communautés) [Ibrahim 88].

Les méthodes d'identification modale peuvent être classées en termes de données mesurées, de paramétrisation du modèle, et d'algorithme d'optimisation utilisé. On donne ici les caractéristiques générales des grandes familles d'approche [Balmes & Leclerc 03] et [De silva 00].

### Classification des méthodes existantes

- **Données mesurées**

Le terme de données caractérise le format des mesures utilisé. On distingue les mesures dans le domaine temporel des mesures dans le domaine fréquentiel. Les premières sont souvent sous la forme de réponse impulsionnelle (réponse du système à une excitation de type Dirac) et prennent l'allure d'un sinus amorti. Elles offrent l'avantage de n'être pas tributaires du calcul de la FFT (repliement de spectre ...).



Les secondes reposent en général sur l'interprétation des FRF. On pourra donc travailler tantôt avec les représentations de Bode, Nyquist ou sur les parties réelles et imaginaires indépendamment. Elles offrent l'avantage de maîtriser la bande passante (en réalisant une fenêtre de travail sur la bande de fréquence digne d'intérêt) et de pouvoir donner plus d'importance à des zones fréquentielles particulières comme autour des résonances en affectant plus ou moins de points lors de l'étape du curve-fitting (pondération).

Les données, qu'elles soient dans le domaine temporel ou fréquentiel, sont en général une moyenne de plusieurs mesures. Leur nature conditionne la méthode d'identification.

- **Paramétrisation du modèle**

La paramétrisation caractérise la forme du modèle mathématique retenu pour identifier les données mesurées. Les méthodes basées sur la décomposition spectrale sont les plus anciennes [Del Pedro & Pahud 89], [Balmes & Leclerc 03]. On distingue les approches à un seul ddl ou à ddl multiples, les méthodes locales des méthodes globales.

La procédure commune à ces méthodes est d'estimer les pôles (fréquences propres et facteurs d'amortissement) le plus souvent par des techniques graphiques de détection de pics (pôle-picking). L'équation mathématique du modèle permet ensuite d'estimer les résidus encore appelés déformées propres. Le modèle mathématique du comportement dynamique de la structure est un modèle paramétrique. Il représente soit les FRF, soit les réponses impulsionnelles ou encore un état de la structure.

Les modèles d'identification se différencient par leurs hypothèses fondatrices ( caractère linéaire ou non linéaire du comportement, nature de l'amortissement de la structure, ... ) et par les différences de mise en forme. On peut citer, à titre d'exemple, les modèles d'état, fraction polynomiale, pôle / mode complexe, ou modes normaux / amortissement [Yakhou 99]. La paramétrisation retenue conditionne de manière directe les algorithmes d'optimisation mis en place.

- Approximation SDOF (Single Degree Of Freedom)

Autour de chaque fréquence modale, une fenêtre en fréquence est déterminée, sur laquelle l'hypothèse d'un modèle à un ddl est effectuée. On découpe ainsi la FRF mesurée en autant de bandes en fréquence discontinues que de modes recherchés. Cette

approximation est utilisée de préférence pour les systèmes à faible couplage de modes [Larsen & Son 88], [Larsen & Son 89].

- Approximation MDOF (Multiple Degree Of Freedom)

L'approximation de courbe se fait sur une fenêtre de fréquence contenant tous les modes. Elle est utilisée de préférence pour les systèmes à fort couplage de modes. Les difficultés de cette méthode reposent d'une part, sur l'estimation du nombre de modes à identifier et d'autre part, sur la mise en place de critère d'acceptation ou de rejet des solutions obtenues.

- Méthodes locales

A partir des fréquences propres et facteurs d'amortissement estimés graphiquement, l'approximation de courbe se fait sur chacune des FRF mesurées, nœud par nœud. Cette méthode est défaillante si certaines FRF contiennent des modes locaux dominants.

- Méthodes globales

Les paramètres modaux sont déterminés à partir de la totalité des FRF mesurées. Cette méthode intensifie les modes globaux et atténue les modes locaux [Larsen & Son 88], [Larsen & Son 89].

• **Algorithme d'optimisation**

L'optimisation est l'étape de l'identification modale qui permet d'affiner les paramètres modaux déterminés précédemment en cherchant à réduire l'écart entre les données expérimentales et le modèle paramétrique. On définit un coût  $K$  que l'on cherche à minimiser. La technique la plus courante est la méthode des moindres carrés [Balmes & Leclerc 03] :

$$K = \sum_{1 \leq r \leq N}^{\omega \in \text{fenêtre de travail}} \left| H_{r1}^{\text{modèle paramétrique}}(\omega) - H_{r1}^{\text{mesurée}}(\omega) \right|^2 \quad (\text{A2-1})$$

Les différentes variantes d'optimisation concernent la définition de cette fonction coût et la gestion des contraintes sur les variables d'optimisation. On peut par exemple définir un coût logarithmique, ou inclure des pondérations à la fonction coût, en traitant de façon séparée l'amplitude et la phase des FRF (ou les parties réelle et imaginaire).

On peut aussi gérer le pas et les plages de variation des variables d'optimisation que sont les paramètres modaux.

### Critères de comparaison

Après avoir mis en place un modèle expérimental, on souhaite souvent quantifier son degré de corrélation avec un autre modèle (éléments finis, ou issu de l'identification expérimentale par une autre méthode).

Un certain nombre "d'outils" numériques peuvent être utilisés :

- les critères basés sur les FRF
- les critères basés sur les déformées modales
- les critères basés sur l'énergie

Nous nous intéressons ici aux deux premiers critères.

- Les critères basés sur les FRF [Balmes & Leclerc 03]

Ces critères sont très comparables aux fonctions coût définies dans la partie algorithme d'optimisation. La comparaison des FRF de deux modèles est utile pour l'identification de modèle et pour le recalage de modèle élément fini. Les critères classiques sont basés sur une comparaison des pôles. On pourra ainsi évaluer une erreur moyenne pour un certain nombre de modes :

$$E = \sum_{k=1}^{\Pi} (f_k^{source1} - f_k^{source2})^2 \quad (A2-2)$$

Le coût quadratique « aux moindres carrés » associé à la norme euclidienne est le plus courant des critères. Il réalise une addition des erreurs le long des fonctions de transfert.

$$E = \sum_{r;e} |H_{re}^{source1}(f) - H_{re}^{source2}(f)|^2 \quad (A2-3)$$

Le coût logarithmique des moindres carrés utilise une description multiplicative de l'erreur et est très sensible aux résonances et aux antirésonances :

$$E = \sum_{r;e} \left| \log \left| \frac{H_{re}^{source1}(f)}{H_{re}^{source2}(f)} \right| \right|^2 \quad (A2-4)$$

- Les critères basés sur les déformées modales :

La matrice de MAC (Modal Assurance Criterion), aussi appelée matrice de corrélation modale, est souvent utilisée pour la comparaison de deux matrices modales  $\Phi^1$  et  $\Phi^2$ , en particulier pour le recalage "calcul éléments finis - essais".

Soit :

$\Phi^1 = [\{\psi^1_1\} \dots \{\psi^1_k\} \dots \{\psi^1_\Pi\}]$  la matrice modale associée à la première série de modes.

$\Phi^2 = [\{\psi^2_1\} \dots \{\psi^2_k\} \dots \{\psi^2_\Pi\}]$  la matrice modale associée à la seconde série de modes.

Le nombre de modes déterminés dans chaque série P1 et P2 peut être différent, mais la dimension de chaque vecteur (nombre de degré de liberté) doit être la même. La matrice de MAC associée à ces deux séries de vecteurs est définie par [Balmes & Leclerc 03]:

$$(MAC)_{m,n} = \frac{\left| \{\psi^1_m\} \cdot \{\psi^2_n\} \right|^2}{\left| \{\psi^1_m\} \cdot \{\psi^1_m\} \right| \cdot \left| \{\psi^2_n\} \cdot \{\psi^2_n\} \right|} \quad (A2-5)$$

$m=1 \text{ à } \Pi^1$   
 $n=1 \text{ à } \Pi^2$

Cette matrice permet de quantifier le degré de corrélation (proportionnalité) entre deux vecteurs par un seul nombre compris entre 0 et 1.

$(MAC)_{m,n} = 1$  indique que le  $m^{\text{ième}}$  vecteur de la première série est colinéaire au  $n^{\text{ième}}$  vecteur de la seconde série, c'est-à-dire que les déformées propres sont identiques, il y a une corrélation parfaite.

$(MAC)_{m,n} = 0$  indique que les deux vecteurs sont orthogonaux, les déformées propres sont très différentes.

Dans la pratique, on considère que la corrélation est bonne quand (MAC) est supérieure à 0.9 et que la corrélation est mauvaise quand (MAC) est inférieure à 0.6.

## Annexe 3

### Caractérisation expérimentale des composants de broche et modélisation par éléments finis

#### Caractérisation de l'entité {Corps de broche}

Les propriétés modales de l'entité sont complexes à analyser. De nombreux modes locaux de déformation sont présents et les couplages entre eux importants. Les modes sont très amortis et l'hypothèse de découplage des modes n'est plus vérifiée.

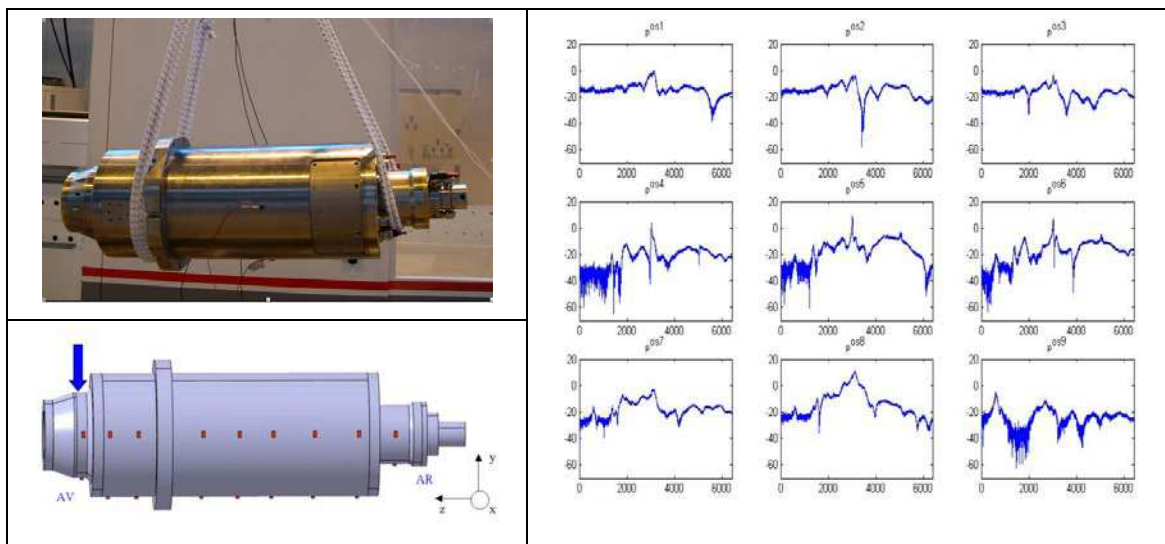


Figure A3-1 : Configuration d'essais et courbes des fonctions de réponses en fréquence de l'entité {Corps de broche}.

Les FRF mesurées sur le corps de broche, ne font pas apparaître clairement de pics de résonance, ce qui rend difficile leur identification par le logiciel POPU.

A l'issue de la procédure d'identification, seuls les paramètres modaux du premier mode de flexion sont identifiés avec précision. L'identification des deuxième et troisième modes de flexion pose problème.

On peut évoquer, à ce stade, les limites d'utilisation du marteau de choc pour sonner les structures très rigides. L'utilisation d'un pot vibrant constitue une perspective d'amélioration de l'excitation de la structure mais ne garanti pas l'obtention de résultats meilleurs. Les hypothèses du modèle d'identification ne sont certainement pas réalistes pour cette entité et doivent être reconsidérées.

### Caractérisation de l'entité {Palier arrière}

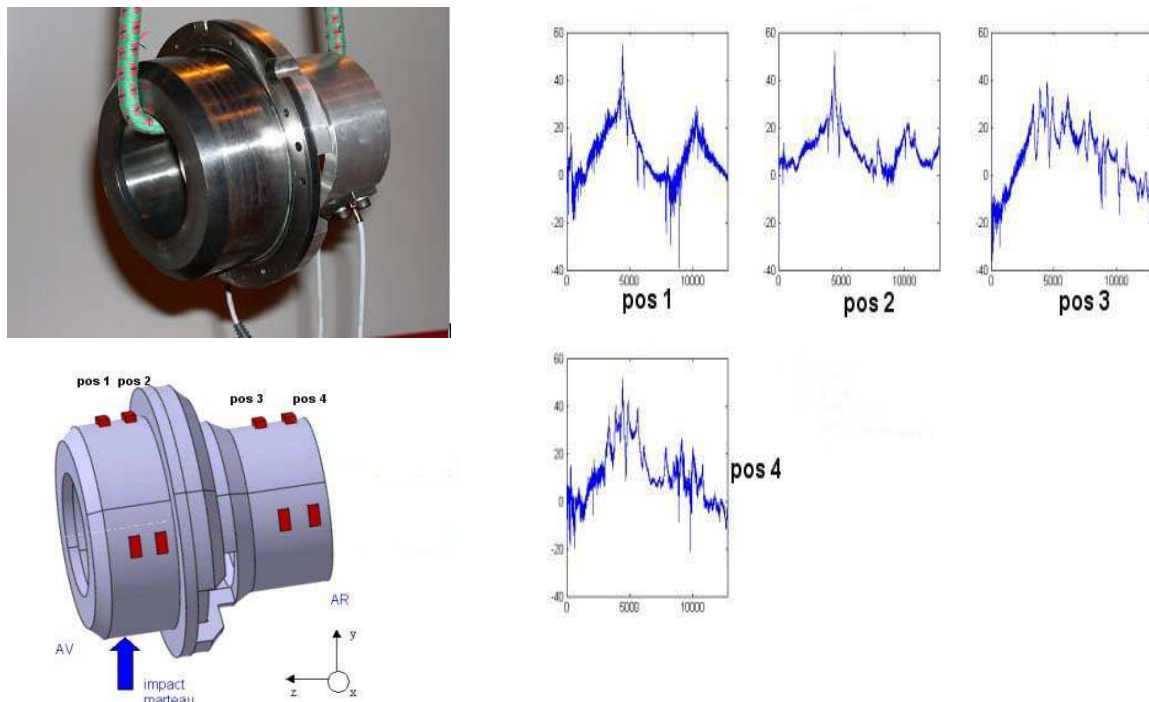


Figure A3-2 : Configuration d'essais et courbes des fonctions de réponses en fréquence de l'élément {palier arrière}.

Les FRF mesurées sur l'entité {Palier arrière}, montrent de nombreux pics de résonance. De plus, la cohérence des FRF extraites des quatre points de mesure n'est

pas bonne (à cause peut-être de la différence de matériau entre les parties avant et arrière du palier), et pose problème pour l'identification.

### Caractérisation de l' électrobroche complète

Les paramètres modaux de la broche complète résultent d'une combinaison des paramètres modaux des entités qui la constituent. Les difficultés rencontrées lors de la caractérisation et l'identification du comportement du corps de broche et du palier arrière rendent délicates l'interprétation des mesures des accéléromètres placés sur le corps de broche. L'identification modale des FRF aux différents points de mesure de la broche est très complexe du fait des couplages entre les modes et des forts taux d'amortissement.

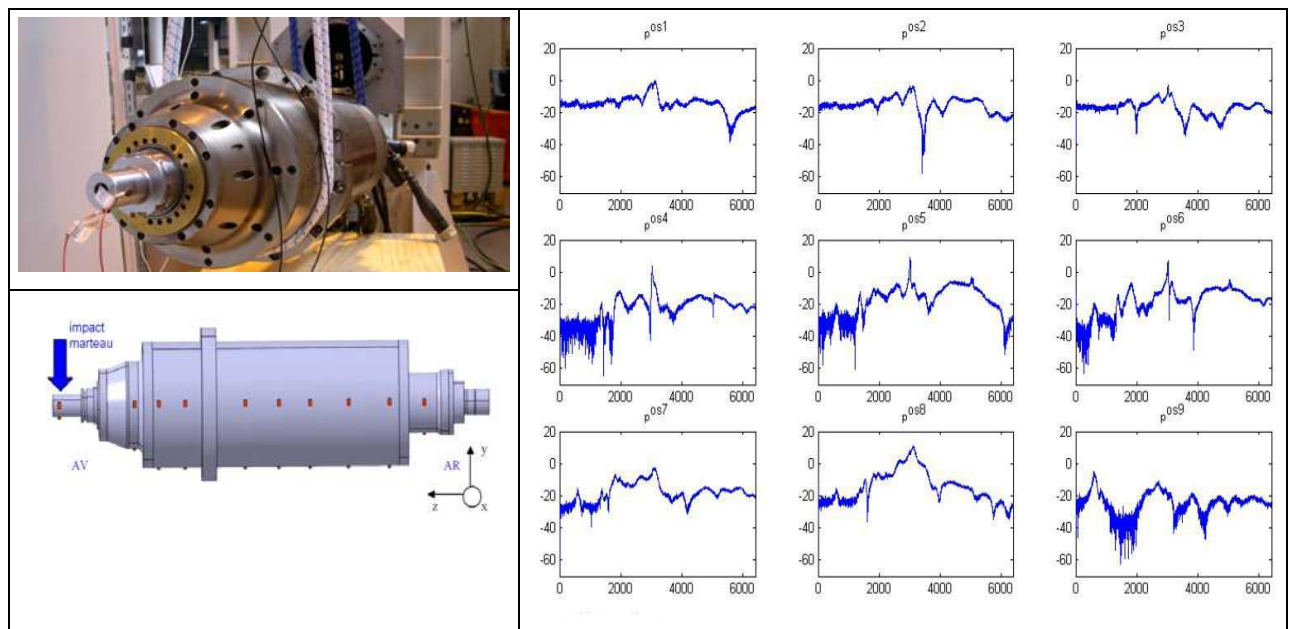


Figure A3-3 : Configuration d'essais et courbes des fonctions de réponses en fréquence de la broche complète.

Une mesure se distingue des autres par son faible niveau de bruit. Cette mesure de FRF provient de l'accéléromètre monté sur le porte-outil (Figure A3-3). Son exploitation montre qu'elle peut être interprétée comme la réponse de l'entité rotor {arbre + serre d'outil + porte-outil} en condition limite libre-libre, présentée au chapitre II, modifiée par le comportement des paliers de roulement. L'identification de



cette FRF est du type SDOF (Single Degree Of Freedom) au lieu de MDOF; il n'existe donc pas de dispersion entre les FRF et l'optimisation est facilitée.

Remarque : Même si l'objectif immédiat de ce travail d'identification expérimentale est de recalibrer un modèle éléments finis de la broche, il faudra à terme disposer d'une méthode de caractérisation pour tout type de broche en exploitation.

Dans ce dernier cas il faut considérer que l'on a rarement accès au corps de broche et que l'on se trouvera souvent dans le cas où on ne peut instrumenter que le nez de broche ou l'outil.

### **Modélisation éléments finis de l'entité {Corps de broche}**

De la même manière que pour l'entité rotor deux modèles éléments finis sont développés sous Ansys® à partir d'une description géométrique simplifiée du {corps de broche} (Figure A3-3) : un modèle poutre « PIPE 16 » et un modèle 3D« SOLID 45» :

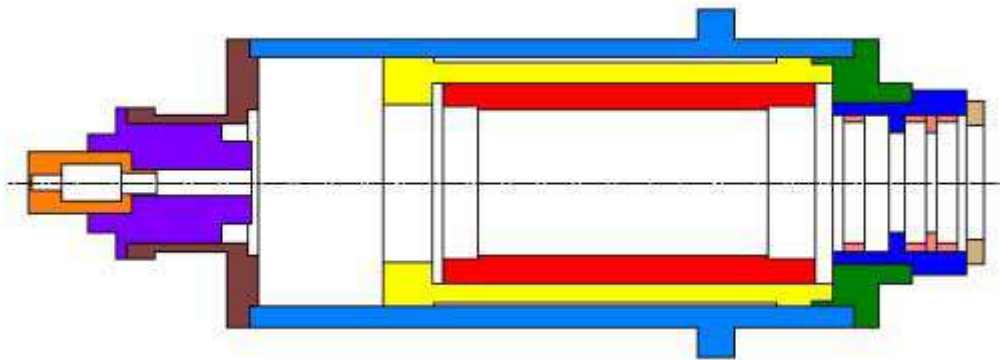


Figure A3-3 : Représentation géométrique de l'entité {Corps de broche}

Cependant, les hypothèses d'utilisation de l'élément PIPE 16 sont mal adaptées à la modélisation éléments finis du corps de broche. L'utilisation de ces éléments repose sur la théorie des tubes pour laquelle l'hypothèse de validité repose sur un ratio Diamètre/Longueur  $< 1$ . Les éléments modélisant le corps présente quant à eux un ratio  $D/L > 1$ . Les résultats obtenus font apparaître une rigidité accrue du modèle par rapport à la réalité.

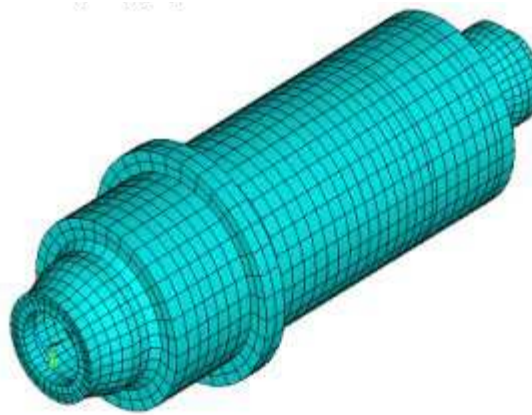


Figure A3-4: Modèle numérique « SOLID 45 » du corps de broche sous Ansys®.

Les sources d'incertitudes de ces deux modélisations sont d'origine géométrique et structurelle. Les incertitudes structurelles concernent la zone du stator (le pendant du rotor pour l'arbre) dont on ne connaît pas les propriétés mécaniques :  $\rho$ ,  $E$  et  $\nu$ . Les recalages des modèles numériques s'effectuent en réglant ces caractéristiques.

A l'issue de cette procédure de recalage on obtient les résultats suivants :

Analyse Modale Expérimentale		PIPE 16		SOLID 45	
Fréquence (Hz)	Mode	Fréquence (Hz)	Ecart (%)	Fréquence (Hz)	Ecart (%)
1563	Flexion ordre 1	1832.5	16	1581.1	0.07
2648.8	Flexion ordre 2	3328.9	26.5	2501.6	4.9
3659.7	Flexion ordre 3	4416.5	16.6	3743.1	1.1

Tableau A3-1 : Analyse modale comparative des différents modèles

- Modèle « PIPE 16 »

Les trois premiers modes de flexion sont recalés à plus de 15%. Le décalage est trop grand pour être satisfaisant.

Les causes du décalage entre les modèles sont dûes, en partie, aux propriétés de l'élément PIPE16 qui a tendance à rigidifier la structure modélisée pour les grands diamètres. On peut aussi évoquer les difficultés rencontrées pour analyser les résultats expérimentaux et pour identifier les modes de flexion parmi les déformées modales obtenues.

- Modèle « SOLID 45 »

Les trois premiers modes de flexion sont recalés à moins de 6%. A partir de ce critère, on conclut que le recalage du modèle SOLID 45 est satisfaisant.

Ce modèle est ensuite exploité pour générer les FRF aux nœuds du maillage correspondant aux nœuds de mesure expérimentale (emplacement des accéléromètres). La connaissance de ces FRF, aux nœuds du modèle, permet de générer les déformées modales numériques de l'entité. Leur comparaison avec les déformées modales expérimentales est indiquée en (Figure A3-5).

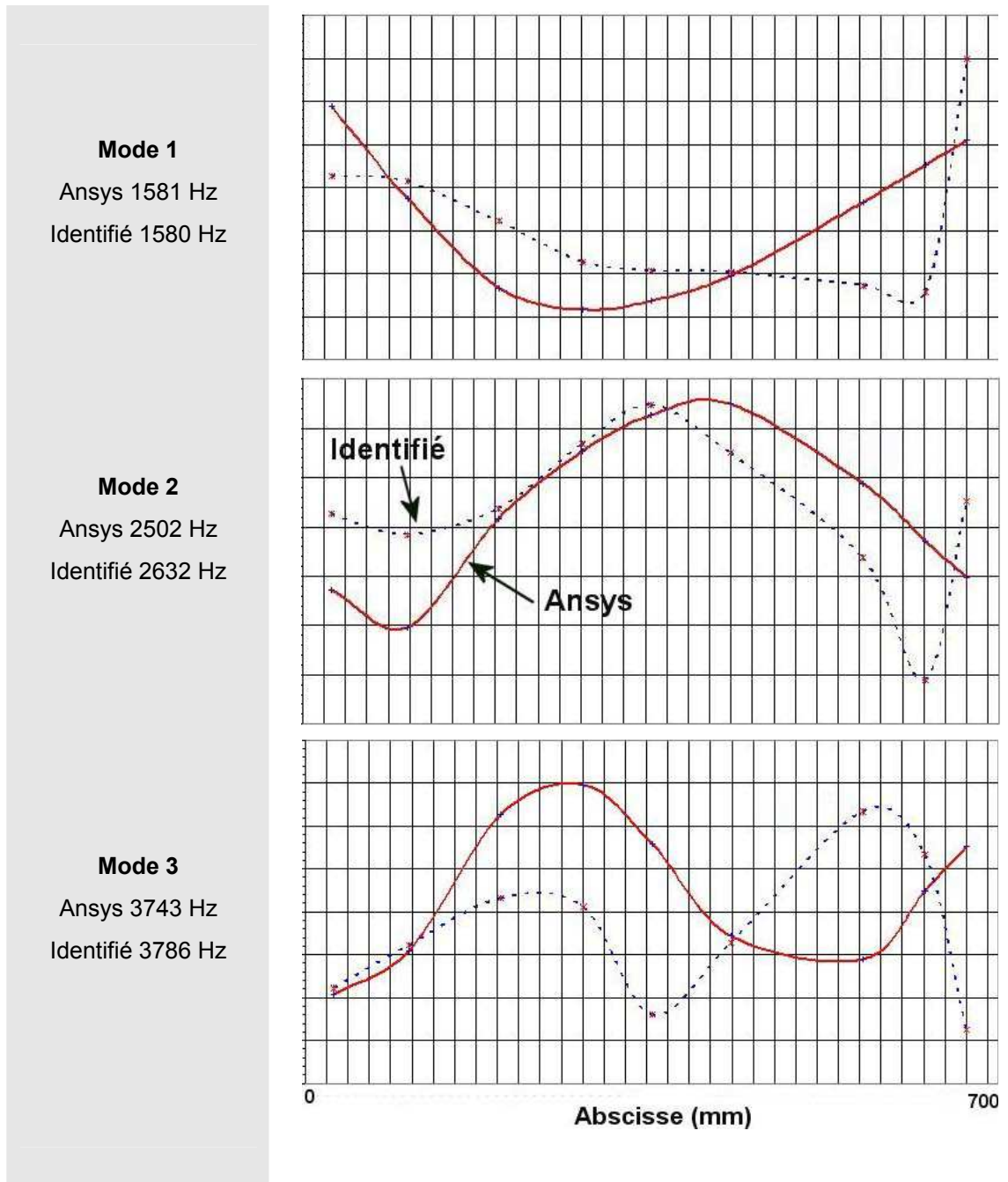


Figure A3-5: Déformées modales normalisées numérique et expérimentale.

La corrélation des déformées modales est satisfaisante pour le premier mode mais présente des différences significatives pour les deuxième et troisième modes. Le critère

de MAC est utilisé pour comparer les matrices représentatives des bases modales numérique et expérimentale (Figure A3-6).

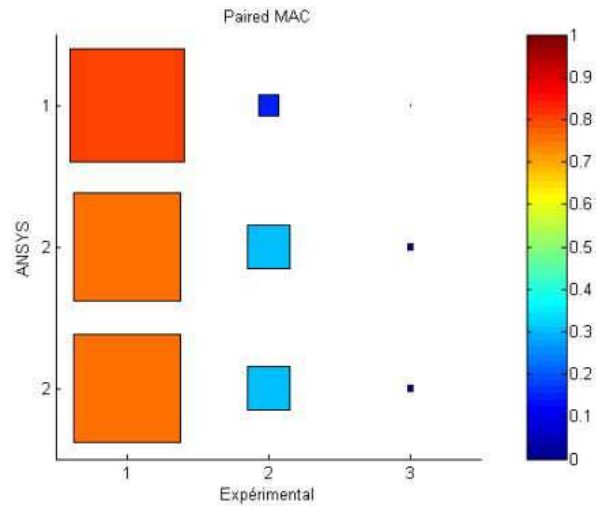


Figure A3-6: Critère de MAC appliqué aux bases modales des modèles numériques et expérimentaux

Ici le MAC est une matrice  $3 \times 3$  puisque nous avons travaillé avec trois modes. Le MAC confirme ce que l'on voit sur les déformées modales, à savoir que le premier mode est correctement corrélé alors que ce n'est pas le cas sur les deuxième et troisième mode.

## Synthèse

Les difficultés rencontrées d'identification du comportement dynamique de cette entité ne permettent pas d'assurer une base fiable pour le recalage des modèles éléments finis.

Au niveau des modèles éléments finis, le modèle PIPE 16 semble inadaptée pour traduire la complexité du comportement dynamique du corps de broche. Le modèle SOLID 45 est mieux adapté. En effet, les fréquences propres des trois premiers modes de flexion sont recalés de façon satisfaisante (moins de 6% d'écart). Malgré cela, et au regard des déformées modales et du critère de MAC on ne peut pas considérer que le modèle SOLID 45 soit correctement recalé.

En configuration industrielle, le corps de broche est bridé dans le fourreau de la machine outil. Nous pouvons donc, à la vue des résultats obtenus, considérer celui-ci comme « infiniment rigide » et n'apportant pas de contribution particulière au comportement dynamique global de la broche.

### Modélisation de l'élément {Palier arrière}

Deux modèles sont mis en place à partir de la géométrie simplifiée (figure A3-7) du palier arrière : un modèle « PIPE 16 » et un modèle « SOLID-45 ». La modélisation de cette entité impose des simplifications majeures de la géométrie. La pièce est rendue axisymétrique en omettant un décrochement sur le cylindre arrière.

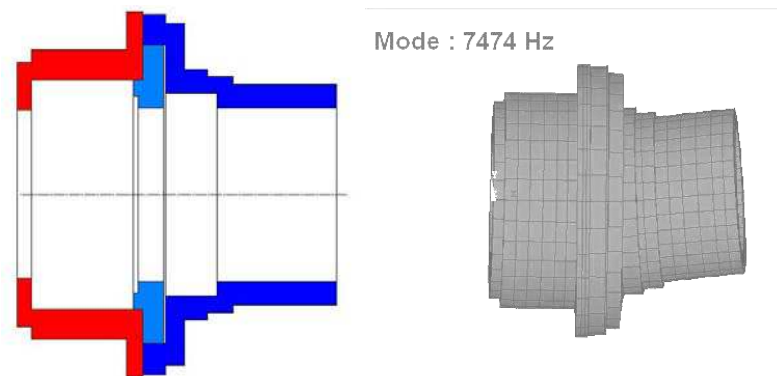


Figure A3-7: Modèle géométrique et éléments finis du palier arrière.

- Le modèle PIPE 16, est rapidement abandonné en raison de son inadéquation à modéliser ce type de pièce. Les raisons évoquées sont identiques à celles formulées pour le corps de broche.
- Le modèle «SOLID 45 » fait ressortir un premier mode de flexion à 7474Hz.

Il apparaît, de façon évidente, que les modes de flexion ne sont pas les modes privilégiés de déformation de cette pièce. On ne parvient à déterminer correctement que les paramètres modaux du premier mode de flexion. Les deuxième et troisième modes de flexion ne sont pas situés avec certitude. Seul le modèle SOLID 45 est à même de retranscrire les modes de déformation qui sont essentiellement des modes locaux de déformation.

## **Synthèse**

Les incertitudes constatées dans la procédure d'identification du comportement dynamique de cette entité se traduisent par des différences significatives de comportement des modèles numériques et expérimentaux. Ce constat nous amène à ne pas retenir de contribution de cette entité dans le comportement global de l'électrobroche.

## Annexe 4

### Fonctions de forme

L'entité rotor est modélisée par des éléments poutre à deux nœuds et six degrés de liberté par nœud. Les éléments développés sont des poutres de *Timoshenko*, de section constante, avec une prise en compte éventuelle du raidissement dû à la compression statique de la poutre.

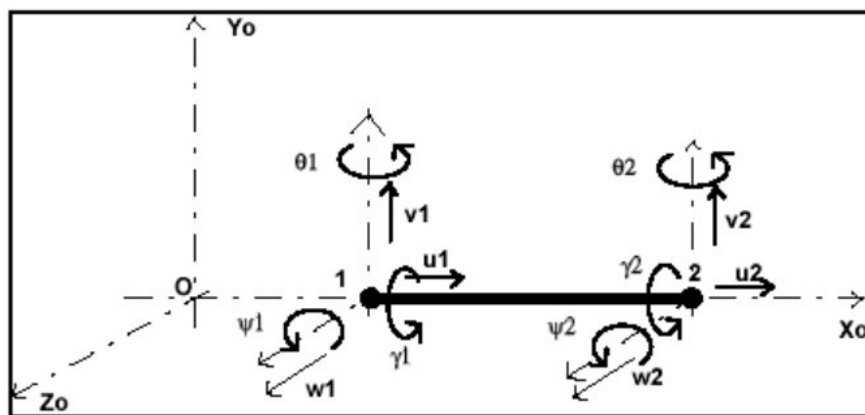


Figure A4-1 : élément poutre et ddl associés

Les caractéristiques de l'élément poutre sont :

- le module d'*Young*  $E$
- Le module de *Coulomb*  $G$



- La section de la poutre  $S$
- La longueur de la poutre  $L$
- Les coefficients de cisaillement  $K_y$  et  $K_z$
- Les moments d'inertie  $I_x$ ,  $I_y$  et  $I_z$
- La masse volumique  $\rho$
- La charge statique  $F$

Les fonctions de forme utilisées [Genta 95] sont définies par les relations suivantes:

$$\{N_1(x)\} = \left\{ \frac{1-x}{l} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{x}{L} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\};$$

$$\{N_2(x)\} = \left\{ 0 \quad \frac{1}{1+\Phi} \left( 1 + \Phi \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} \right) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{x}{1+\Phi} \left( 1 + \frac{\Phi}{2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{2x}{l} + \frac{x^3}{l} \right) \quad 0 \quad \frac{x}{(1+\Phi)l} \left( \Phi + \frac{3x}{l} - \frac{2x^2}{l^2} \right) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{x}{1+\Phi} \left( -\frac{\Phi}{2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right) \right\}$$

$$\{N_3(x)\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad \frac{1}{1+\Phi} \left( 1 + \Phi \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} \right) \quad 0 \quad \frac{-x}{1+\Phi} \left( 1 + \frac{\Phi}{2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{2x}{l} + \frac{x^3}{l} \right) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{x}{(1+\Phi)l} \left( \Phi + \frac{3x}{l} - \frac{2x^2}{l^2} \right) \quad 0 \quad \frac{-x}{1+\Phi} \left( -\frac{\Phi}{2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right) \quad 0 \right\}$$

$$\{N_4(x)\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 - \frac{x}{l} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{x}{l} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\};$$

$$\{N_5(x)\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad -\frac{6x \left( \frac{x}{l} - 1 \right)}{l^2(1+\Phi)} \quad 0 \quad \frac{1}{1+\Phi} \left( 1 + \Phi \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{4x}{l} + 3 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right) \quad 0 \quad 0 \quad \frac{6x \left( \frac{x}{l} - 1 \right)}{l^2(1+\Phi)} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{1+\Phi} \left( \Phi \frac{x}{l} - 2 \frac{x}{l} + 3 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right) \quad 0 \right\};$$

$$\{N_6(x)\} = \left\{ 0 \quad \frac{6x \left( \frac{x}{l} - 1 \right)}{l^2(1+\Phi)} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{1+\Phi} \left( 1 + \Phi \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{4x}{l} + 3 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right) \quad 0 \quad -\frac{6x \left( \frac{x}{l} - 1 \right)}{l^2(1+\Phi)} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{1+\Phi} \left( \Phi \frac{x}{l} - 2 \frac{x}{l} + 3 \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right) \right\};$$

avec  $\Phi = \frac{12EI}{GSk l^2}$  l'effet de cisaillement de *Timoshenko*.

## Matrice de masse

Energie cinétique sous forme matricielle :

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \rho \int_0^L (\dot{q}^t \cdot P_2^t \cdot M \cdot P_2 \cdot \dot{q}) dx \\
 &= \frac{1}{2} \rho \int_0^L (q N^t \cdot N^t \cdot P_2^t \cdot M \cdot P_2 \cdot N \cdot q N) dx \\
 &= \frac{1}{2} \rho \int_0^L (q N^t \cdot N^t \cdot (I_2 + B_2)^t \cdot M \cdot (I_2 + B_2) \cdot N \cdot q N) dx
 \end{aligned} \tag{A4.1}$$

Ainsi, après développement, nous obtenons la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \rho \int_0^L q_N^t (N^t \cdot I_2^t \cdot M \cdot I_2 \cdot N) q_N dx + \frac{1}{2} \rho \int_0^L q_N^t (N^t \cdot B_2^t \cdot M \cdot I_2 \cdot N) q_N dx \\
 &\quad + \frac{1}{2} \rho \int_0^L q_N^t (N^t \cdot I_2^t \cdot M \cdot B_2 \cdot N) q_N dx + \frac{1}{2} \rho \int_0^L q_N^t (N^t \cdot B_2^t \cdot M \cdot B_2 \cdot N) q_N dx
 \end{aligned} \tag{A4.2}$$

$$T = 1/2 [(\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_1(q) + \mathbf{M}_2(q_i q_j))] \dot{q}_N^2 \tag{A4.3}$$

avec  $\mathbf{M}_0$  matrice de masse d'ordre 0,  $\mathbf{M}_1$  les matrices d'ordre 1 et  $\mathbf{M}_2$  les matrices d'ordre 2. La résolution se fait par calcul symbolique sous Matlab®. Seule la matrice  $\mathbf{M}_0$  qui est la somme des matrice  $\mathbf{M}_{0a}$  et  $\mathbf{M}_{0b}$  respectivement représentative des masses en translation et des inerties de rotation peut être indiquée ci-dessous pour des questions d'encombrement.

$$\mathbf{M}_{0a} = \begin{bmatrix} \frac{\rho SL}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho SL}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & -m_4 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & -m_2 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho LJ}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho LJ}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_2 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 & -m_4 & 0 & -m_6 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & -m_6 \\ \frac{\rho SL}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho SL}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & -m_2 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & -m_4 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho LJ}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho LJ}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_4 & 0 & -m_6 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & m_5 & 0 \\ 0 & -m_4 & 0 & 0 & 0 & -m_6 & 0 & -m_2 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.4})$$

$$\mathbf{M}_{0b} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_7 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & -m_7 & 0 & 0 & 0 & m_8 \\ 0 & 0 & m_7 & 0 & -m_8 & 0 & 0 & 0 & -m_7 & 0 & -m_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_8 & 0 & m_9 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & -m_{10} & 0 \\ 0 & m_8 & 0 & 0 & 0 & m_9 & 0 & -m_8 & 0 & 0 & 0 & -m_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_7 & 0 & 0 & 0 & -m_8 & 0 & m_7 & 0 & 0 & 0 & -m_8 \\ 0 & 0 & -m_7 & 0 & m_8 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 & m_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_8 & 0 & m_{10} & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & m_9 & 0 \\ 0 & m_8 & 0 & 0 & 0 & m_{10} & 0 & -m_8 & 0 & 0 & 0 & m_9 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.5})$$

avec

$$m_1 = (312 + 588\Phi + 280\Phi^2)A ;$$

$$m_2 = (44 + 77\Phi + 35\Phi^2)lA$$

$$m_3 = (108 + 252\Phi + 140\Phi^2)A$$

$$m_4 = -(26 + 63\Phi + 35\Phi^2)lA$$

$$m_5 = (8 + 14\Phi + 7\Phi^2)l^2 A$$

$$m_6 = -(6 + 14\Phi + 7\Phi^2)l^2 A$$

$$m_7 = 36B$$

$$m_8 = (3 - 15\Phi)lB$$

$$m_9 = (4 + 5\Phi + 10\Phi^2)l^2 B$$

$$m_{10} = (-1 - 5\Phi + 5\Phi^2)l^2 B$$

$$A = \frac{\rho_s A_s l}{840(1 + \Phi)^2} \text{ et } B = \frac{\rho_s I}{30l(1 + \Phi)^2}$$

Le coefficient de cisaillement sans dimension est donné par :

$$\Phi = \frac{12E_s I}{\kappa G_s A_s l^2} \text{ Avec } \kappa = \frac{6(1 + \nu)(1 + \mu^2)^2}{(7 + 6\nu)(1 + \mu^2)^2 + (20 + 12\nu)\mu^2}$$

$I \left( = \frac{\pi r^4}{4} \right)$  représente le moment d'inertie suivant les axes perpendiculaires à l'axe principal d'inertie de l'arbre.  $G_s$  représente le module de cisaillement,  $\nu$  le coefficient de *Poisson*,  $A_s$  la section de l'arbre, et  $\mu$  le ratio entre le rayon extérieur et intérieur de l'arbre.

### Matrice de rigidité

La matrice de rigidité d'un élément poutre est obtenue à partir du calcul de l'énergie de déformation de la poutre en flexion, traction-compression et torsion.

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12b_y+36c & 0 & 0 & 0 & 6b_yL+3Lc & 0 & -12b_y-36c & 0 & 0 & 0 & 6b_yL+3Lc \\ 0 & 0 & 12b_z+36c & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 & 0 & 0 & -12b_z-36c & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 & (4+\Phi_z)b_zL^2+4L^2c & 0 & 0 & 0 & 6b_zL+3Lc & 0 & (2-\Phi_z)b_zL^2-L^2c & 0 \\ 0 & 6b_yL+3Lc & 0 & 0 & 0 & (4+\Phi_y)b_yL^2+4L^2c & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 & 0 & 0 & (2-\Phi_y)b_zL^2-L^2c \\ -\frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{ES}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12b_y-36c & 0 & 0 & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 & 12b_y+36c & 0 & 0 & 0 & -6b_yL+3Lc \\ 0 & 0 & -12b_z-36c & 0 & 6b_zL+3Lc & 0 & 0 & 0 & 12b_z+36c & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 & (2-\Phi_z)b_zL^2-L^2c & 0 & 0 & 0 & -6b_yL-3Lc & 0 & (4+\Phi_z)b_zL^2+4L^2c & 0 \\ 0 & 6b_yL+3Lc & 0 & 0 & 0 & (2-\Phi_y)b_zL^2-L^2c & 0 & -6b_yL+3Lc & 0 & 0 & 0 & (4+\Phi_y)b_yL^2+4L^2c \end{bmatrix}$$

avec  $\Phi_y = \frac{12EI_z}{Gsk_yL^2}$  et  $\Phi_z = \frac{12EI_y}{Gsk_zL^2}$  les effets de cisaillement sur la déformée en flexion.

$$b_y = \frac{EI_z}{L^3(1+\Phi_y)}, \quad b_z = \frac{EI_y}{L^3(1+\Phi_z)}, \quad c = \frac{F}{30L}$$

